Frankfurt School – Working Paper Series

No. 165

Modellierung von Zinsstrukturkurven

by Harald Hewicker and Heinz Cremers

May 2011

Frankfurt School of Finance & Management
Bankakademie | HfB

Sonnemannstr. 9 – 11 60314 Frankfurt an Main, Germany
Phone: +49 (0) 69 154 008 0 Fax: +49 (0) 69 154 008 728
Internet: *www.frankfurt-school.de*

Abstract

Being able to model yield curves from observed bond yields is essential in capital markets. Yield curves are required to accurately price financial products as well as to correctly assess the macroeconomic situation of economies. Current models based on the work of Nelson/Siegel et al. apply a yield-based approach. This paper examines if a discount factor based bucketing approach provides more suitable results. Both methods are put to the test using German government bond data ranging from 1999 – 2010. The results reveal that the bucketing model is able to yield slightly more accurate results in general. Furthermore the findings are superior in market situations with a very twisted yield curve compared to the Nelson/Siegel model. The bucketing approach, however, has problems in conditions with very steep hikes at the short end of the yield curve and with markets in which only very few bonds can be observed.

Key words: yield curve, zero curve, modeling, bootstrapping, Nelson/Siegel, Svensson, Diebold/Li, bucketing, interpolation

JEL classification: C52, G12

ISSN: 14369753

Contact:

Harald Hewicker
Obere Waldstr. 3
56424 Mogendorf
Tel.: +49 1525 376 68 68
harald@hewicker.com

Prof. Dr. Heinz Cremers
Sonnemannstr. 9-11
60314 Frankfurt am Main
Tel.: +49 69 154 008 213
h.cremers@fs.de

Content

1 Einleitung 4

2 Zinsen – mathematische Grundlagen 4

2.1 Spot Zinssätze und Diskontierungsfaktoren 5
2.2 Forward Zinssätze und Diskontierungsfaktoren 5
2.3 Zinskalküle 6
2.3.1 Multi-Coupon-Verzinsung 7
2.3.2 Kontinuierliche Verzinsung 7
2.4 Interpolation von Zinssätzen und Diskontierungsfaktoren 7
2.5 Zinsstruktur 8

3 Modellierung 9

3.1 Voraussetzungen und Anforderungen 9
3.2 Bucketing 10
3.2.1 Bestimmung der Diskontierungsstruktur 10
3.2.2 Verstetigung der diskreten Diskontierungsstruktur 12
3.3 Nelson/Siegel mit Erweiterungen 13
3.3.1 Nelson/Siegel 13
3.3.2 Svensson Erweiterung 17
3.3.3 Diebold/Li Erweiterung 18

4 Empirischer Vergleich 19

4.1 Datenbasis 19
4.2 Fehleroptimierung 20
4.2.1 Preisfehler-Optimierung 20
4.2.2 Renditefehler-Optimierung 21
4.3 Gütekriterien 21
4.3.1 Root Mean Squared Yield Error (RMSYE) 21
4.3.2 Root Mean Squared Price Error (RMSPE) 21
4.4 Ergebnisse Bucketing 22
4.5 Ergebnisse Diebold/Li 24
4.6 Bewertung & Kritik 26

5 Praxisrelevanz 28

5.1 Einsatz bei Zentralbanken 28
5.2 Einsatz bei der Bewertung von Finanzprodukten 1
5.3 Prognose der Zinsstruktur 30

6 Zusammenfassung der Ergebnisse 31

Literaturverzeichnis 33

1 Einleitung

Die Zinsstrukturkurve als kontinuierlicher Zusammenhang zwischen Laufzeit und Zinssatz ist eines der elementaren Elemente des Kapitalmarktes. Sie ist sowohl für die Bewertung von Finanzprodukten, als auch für makroökonomische Fragestellungen von zentraler Bedeutung. Trotz dieser Wichtigkeit kann die Zinsstruktur nicht direkt am Markt abgelesen werden, sondern muss aus beobachteten Marktdaten modelliert werden. Die Ansätze zur Modellierung sind daher für die Praxis unverzichtbar. Zudem ist es wichtig zu wissen, welche Ansätze unter welchen Bedingungen und für welche Aufgabenstellungen die besten Resultate erzielen. Eine ungenaue Modellierung der Zinsstruktur kann nicht nur ein Verlust bei einer Anlageentscheidung bedeuten, es kann auch dazu führen, dass makroökonomische Faktoren falsch eingeschätzt werden. Daher sollen im Rahmen dieser Arbeit zwei Ansätze zur Modellierung der Zinsstruktur hergeleitet, vorgestellt und miteinander verglichen werden. Die Fragestellung, welches Verfahren für eine bestimmte Aufgabe am besten geeignet ist, soll ebenso beantwortet werden wie die Frage, welche strukturellen Beschränkungen und Schwachstellen die beiden Verfahren mit sich bringen, um diese in der Praxis zu erkennen und zu vermeiden. Verglichen werden zum einen das Bucketing Verfahren, welches auf der Diskontierungsstruktur basiert und aus der geschätzten Diskontierungsstruktur dann die Zinsstruktur entwickelt. Dahingegen modelliert das Verfahren nach Nelson/Siegel mit seinen diversen Erweiterungen direkt die Zinsstruktur. Bei dem Vergleich geht es nicht nur um die möglichst genaue Schätzung der Zinssätze, sondern auch um die möglichst genaue Bewertung der Wertpapiere, aus denen die Zinsstruktur geschätzt wurde.

Zuerst werden einige mathematische Grundlagen zur Zinsrechnung und Interpolation von Zinssätzen und Diskontierungsfaktoren vorgestellt, sowie die Notation eingeführt, die im weiteren Verlauf der Arbeit verwendet wird. Im Anschluss daran wird dann das Bucketing Verfahren entwickelt und die Anwendung vorgestellt. Weiterhin wird das auf der Zinsstruktur basierende Verfahren nach Nelson/Siegel hergeleitet. Hinzu kommen die Erweiterungen dieses Modells von Svensson und Diebold/Li, die es weiter verbessert bzw. interpretiert haben. In einem empirischen Vergleich wird dann auf Basis von Daten aus dem Markt für deutsche Bundeswertpapiere über einen Zeitraum von 1999 bis 2010 untersucht, welches der Verfahren die besseren Ergebnisse liefert. Hierbei wird ein besonderer Fokus auf die Schwachstellen und die Einschränkungen der Modelle gelegt, um diese in der praktischen Anwendung erkennen bzw. vermeiden zu können. Beispiele der praktischen Anwendung der beiden Modelle werden im Anschluss daran aufgezeigt. Hier wird insbesondere auf die Aufgaben von Zentralbanken bei der Modellierung der Zinsstruktur, sowie Fragestellungen der Bewertung von Finanzprodukten und der Prognose von zukünftigen Zinsstrukturen eingegangen. Zum Schluss werden die zentralen Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und bewertet.

2 Zinsen – mathematische Grundlagen

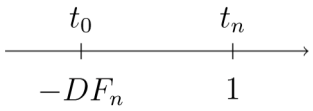
In diesem Abschnitt werden mathematische Grundlagen der Berechnung von Zinsen und Diskontierungsfaktoren erläutert. Des Weiteren wird die allgemeine Notation, die im weiteren Verlauf der Arbeit genutzt wird, eingeführt. Neben der Berechnung von Zinsen und Diskon-

tierungsfaktoren werden auch Interpolationsverfahren vorgestellt und der Begriff der Zinsstruktur näher betrachtet.

2.1 Spot Zinssätze und Diskontierungsfaktoren

Ein am Finanzmarkt zum Zeitpunkt t quotierter Zinssatz r hat eine bestimmte Laufzeit m. Der Zinssatz kann somit beschrieben werden als $r = r(t,t + m)$. Fällt der Start t_0 der Zinsperiode (t_0,t_n) mit dem Zeitpunkt der Quotierung zusammen, so wird der Zinssatz auch als Spot Rate bezeichnet und kann als $r_n = r(t_0,t_n)$ geschrieben werden; $m = t_n - t_0$ ist dann die Laufzeit.

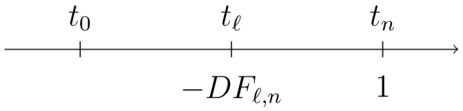
Bei der Bewertung von Finanzprodukten werden jedoch nicht Zinssätze, sondern Diskontierungsfaktoren benötigt. Der Diskontierungsfaktor $DF_n = DF(t_0,t_n)$ bezeichnet den Marktpreis in t_0 für die Rückzahlung einer Geldeinheit in t_n (Cremers 1999, S. 111 ff.).



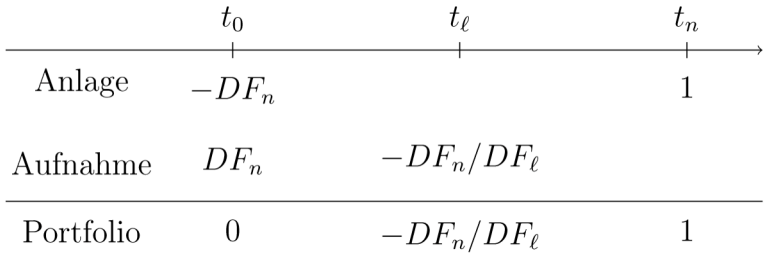
2.2 Forward Zinssätze und Diskontierungsfaktoren

Ist ein Zinssatz aus der heutigen Sicht t_0 für einen zukünftigen Zeitraum (t_l,t_n) gültig, wird er *Terminzinssatz* bzw. *Forward Rate* genannt und als $f_{l,n} = f(t_0,t_l,t_n)$ beschrieben.

Analog kann auch ein Diskontierungsfaktor für eine aus heutiger Sicht zukünftige Periode gelten. Der Termin-Diskontierungsfaktor bzw. Forward-Diskontierungsfaktor $DF_{l,n}$ bezeichnet den heutigen Preis für eine Zahlung von 1 GE im Zeitpunkt t_n, der zum Zeitpunkt t_l zahlbar ist.



Sind die Spot-Diskontierungsfaktoren $DF_l = DF(t_0,t_l)$ und $DF_n = DF(t_0,t_n)$ bekannt, so können die Termin-Diskontierungsfaktoren durch Duplikation berechnet werden:



Nach dem Gesetz des einheitlichen Preises müssen Positionen mit gleichen Zahlungen auch den gleichen Preis haben. Daher gilt

$$DF_{\ell,n} = \frac{DF_n}{DF_\ell} \qquad (2.1)$$

d.h. der Termin-Diskontierungsfaktor entspricht dem Quotient der entsprechenden Spot-Diskontierungsfaktoren (Cremers 1999, S. 115).

2.3 Zinskalküle

Als Zinskalküle werden unterschiedliche Konventionen der Zinsberechnung bezeichnet. Sie unterscheiden sich in folgenden Parametern:

1) Der *nominale Zinssatz r* bezeichnet den Preis für die Anlage bzw. Aufnahme von einer Geldeinheit für den Zeitraum von einem Jahr.

2) Mit dem *Tageoperator* $T(t_n,t_m)$ wird der Zeitraum (t_n,t_m) als Bruchteil eines Jahres beschrieben.

$$T(t_n, t_m) = Tage(t_n, t_m)/Jahreswert \qquad (2.2)$$

   Für die Anzahl der Tage im Zeitraum (t_n,t_m) gibt es verschiedene Zählmethoden. Im Bond-Markt, der in dieser Arbeit betrachtet wird, ist die Methode 30E üblich, die Monate zu 30 Tagen zählt.

   Ebenso gibt es für die Jahreswerte unterschiedliche Konventionen. Die im Bondmarkt übliche Konvention ist 360, bei der das Jahr zu 360 Tagen gezählt wird.

3) Für die *Zinsberechnung* gibt es verschiedene Möglichkeiten. Die Zinsen Z zum Zeitpunkt t_1 einer Geldanlage von A im Zeitpunkt t_0 können wie folgt berechnet werden:

$$Z = A \cdot r \cdot T(t_0,t_1) \qquad \text{(linear)}$$
$$Z = A \cdot ((1+r)^{T(t_0,t_1)} - 1) \qquad \text{(exponentiell)}$$
$$Z = A \cdot (e^{r \cdot T(t_0,t_1)} - 1) \qquad \text{(e-exponentiell)}$$

4) An einem *Zinsverrechnungstermin* werden die aufgelaufenen Zinsen berechnet und dem Konto belastet bzw. gutgeschrieben.

5) An einem *Zinszahlungstermin* kommen die berechneten Zinsen zur Auszahlung.

Von den verschiedenen Zinskalkülen werden nur die in dieser Arbeit verwendeten Kalküle kurz betrachtet; zum einen die *Multi-Coupon-Verzinsung* und zum anderen die *kontinuierliche Verzinsung* (Cremers 1999, S. 38-41).

2.3.1 Multi-Coupon-Verzinsung

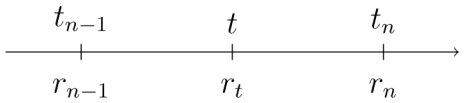
Bei der Multi-Coupon-Verzinsung gibt es mehrere Zinsverrechnungstermine t_1,t_2, . . . ,t_N , die meist auch gleichzeitig Zinszahlungstermine sind. Während in den Vereinigten Staaten von Amerika und in Großbritannien halbjährliche Zinszahlungstermine üblich sind, werden sonst in der Regel jährliche Zinszahlungstermine verwendet. Die Zinsberechnung erfolgt für jede Zinsperiode ($t_n - 1$,t_n) linear. Ein nominaler Zinssatz im Multi-Coupon-Kalkül wird auch als *Yieldsatz* bezeichnet und ist die am Bond-Markt vorherrschende Konvention.

2.3.2 Kontinuierliche Verzinsung

Im Kalkül der kontinuierlichen Verzinsung wird mit unendlich kleinen Intervallen zwischen den Zinsverrechnungsterminen gerechnet. Die Zinszahlung findet am Ende der Laufzeit statt und der Zins wird mit der e-exponentiellen Verzinsung berechnet. Die kontinuierliche Verzinsung ist der Standard-Fall in der Finanzmathematik.

2.4 Interpolation von Zinssätzen und Diskontierungsfaktoren

Liegt am Markt für eine bestimmte Laufzeit $m = t - t_0$ kein Zinssatz $r_t = r(t_0,t)$ vor, so kann dieser mittels Interpolation aus den benachbarten Zinssätzen r_{n-1} im Zeitpunkt t_{n-1} und r_n im Zeitpunkt t_n berechnet werden.



Der relative Abstand von t zum linken Rand t_{n-1} wird als λ bezeichnet. Der relative Abstand von t zum rechten Rand t_n ergibt sich demnach als $1 - \lambda$.

$$\lambda(t) = \frac{t - t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \qquad (2.3)$$

Zur Interpolation von Zinssätzen bietet sich die lineare Interpolation an, bei der ein linearer Zusammenhang zwischen den betrachteten Größen angenommen wird. Der interpolierte Zinssatz kann wie folgt berechnet werden.

$$r_t = (1 - \lambda) \cdot r_{n-1} + \lambda \cdot r_n \qquad (2.4)$$

Auch Diskontierungsfaktoren können interpoliert werden, wenn für den gewünschten Zeitpunkt t kein passender Diskontierungsfaktor vorliegt. Der gesuchte Diskontierungsfaktor DF_t kann dann aus den benachbarten Diskontierungsfaktoren DF_{n-1} im Zeitpunkt t_{n-1} und DF_n im Zeitpunkt t_n errechnet werden. Bei der Interpolation von Diskontierungsfaktoren gibt es neben dem linearen Verfahren auch noch das exponentielle Verfahren. Für kleine Periodenlängen stimmt die exponentielle Interpolation approximativ mit der linearen Interpolation überein.

Lineare Interpolation: $$DF_t = (1-\lambda) \cdot DF_{n-1} + \lambda \cdot DF_n \quad (2.5)$$

Exponentielle Interpolation: $$DF_t = DF_{n-1}^{1-\lambda} \cdot DF_n^{\lambda} \quad (2.6)$$

Somit kann auch für Zeitpunkte, für die am Markt direkt keine Zinssätze bzw. Diskontierungsfaktoren vorliegen, aus den benachbarten Werten ein Zinssatz bzw. Diskontierungsfaktor berechnet werden (Cremers 1999, S. 115).

2.5 Zinsstruktur

Eine Zinsstruktur bildet sich aus der Menge aller am Markt quotierten Zinssätze r_n und den dazugehörigen Laufzeiten $m_n = t_n - t_0$ zu einem bestimmten Zeitpunkt. Hierbei ist es wichtig, nur vergleichbare Zinssätze zu betrachten. Werden zum Beispiel Bond Yields verwendet, so sollten sich die verwendeten Bonds in Währung, Rating und besonderen Ausstattungsmerkmalen (Kündigungsrecht, Inflationsschutz etc.) gleichen, da sich die Yields für gleiche Restlaufzeiten sonst stark unterscheiden können.

Werden die Zinssätze mit den dazugehörigen Laufzeiten in einem Diagramm abgetragen, so entsteht allein schon aus der Punktewolke ein grober Überblick über den Verlauf möglicher Zinsstrukturkurven. Als passende Modelle zur Schätzung der Zinsstrukturkurve noch nicht zur Verfügung standen, wurden nach subjektivem Empfinden „richtige“ Zinsstrukturkurven eingezeichnet (Durand 1942).

Die Zinsstrukturkurve gibt Auskunft über den Marktzinssatz zu jedem beliebigen Zeitpunkt $t_n < t_N$ und kann viele unterschiedliche Verläufe haben. Hat sie einen gleichmäßig ansteigenden Verlauf, sind also die kurzfristigen Zinsen niedriger als die langfristigen, so wird der Verlauf der Zinsstruktur als *normal* bezeichnet. Verläuft die Zinsstrukturkurve fallend, sind also die langfristigen Zinsen niedriger als die kurzfristigen, wird der Verlauf *invers* genannt. Den Fall gleich hoher Zinsen für kurze und lange Laufzeiten wird als *flacher* Verlauf beschrieben. In besonderen Marktphasen kann die Zinsstruktur auch eine *S-Form* annehmen. Dabei sind beispielsweise die kurzfristigen Zinsen niedrig, steigen dann an, um von einem Maximum im mittelfristigen Laufzeitbereich wieder abzunehmen.

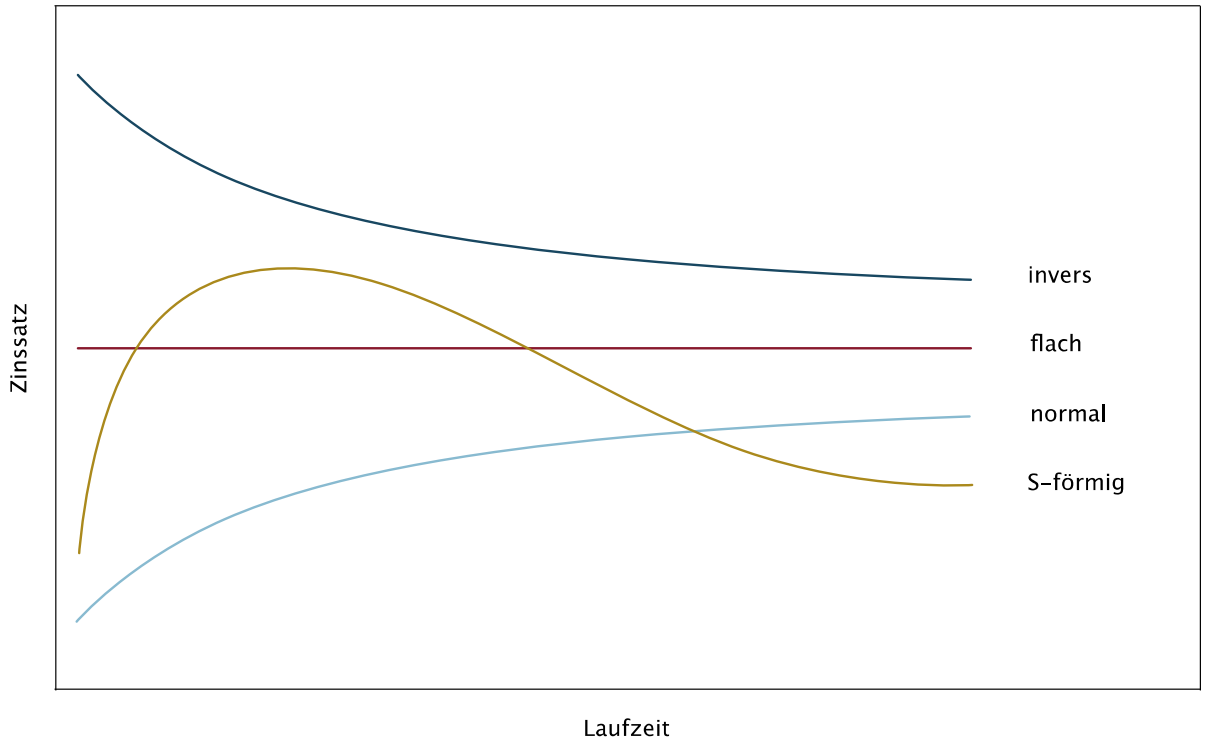


Abbildung 2.1: Verschiedene Verläufe von Zinsstrukturkurven

Eine Zinsstrukturkurve stellt jeweils nur eine Momentaufnahme der gegenwärtigen Marktlage dar und verändert sich im Zeitablauf in den Parametern Niveau, Steigung und Krümmung. Die Veränderungen unterliegen vielen verschiedenen Ursachen, wie zum Beispiel geldpolitischen Maßnahmen der Zentralbank oder Zukunftserwartungen der Marktteilnehmer. Diese Einflussfaktoren sollen im Rahmen dieser Arbeit aber nicht weiter betrachtet werden.

3 Modellierung

Im folgenden Kapitel werden verschiedene Verfahren zur Verstetigung der am Markt beobachteten diskreten Zinsstruktur $r_1, \ldots, r_N$ mit $r_n = r(t_0,t_n)$ vorgestellt und die Herleitung erläutert. Mit Hilfe der stetigen Zinsstruktur $t \longrightarrow r_t = r(t_0,t)$ ist es dann möglich, für jeden Zeitpunkt $t \leq t_N$ den dazugehörigen Zinssatz r_t zu bestimmen. Bevor zwei mögliche Verfahren näher betrachtet werden, fassen wir kurz die Voraussetzungen und die Anforderungen, die an ein solches Verfahren gestellt werden, zusammen. Im Anschluss daran werden dann zum einen das Bucketing-Verfahren und zum anderen das Modell von Nelson/Siegel mit seinen diversen Erweiterungen vorgestellt.

3.1 Voraussetzungen und Anforderungen

Eine grundlegende Anforderung an die Modellierung der Zinsstruktur ist natürlich, dass sie alle möglichen Verläufe darstellen kann. Wie schon im Abschnitt 2.5 erläutert, kann die Zinsstruktur eine Vielzahl von Formen annehmen. Gleichzeitig muss auch die ökonomische Sinnhaftigkeit der Zinsstruktur erhalten bleiben. Es wäre beispielsweise nicht überzeugend, wenn der Zinssatz für fünf Jahre extrem von dem Zinssatz für fünf Jahre und einen Tag abweicht.

Gleichzeitig sollte das Modell in der Lage sein, eventuell auftretende lokale Minima oder Maxima in der Zinsstruktur darzustellen. Welches der beiden Ziele, eine genaue Schätzung auf der einen Seite und ein glatter Verlauf auf der anderen Seite, bei der Modellwahl entscheidend ist, hängt maßgeblich vom Einsatzzweck der modellierten Zinsstrukturkurve ab.

Für die Bewertung von Finanzprodukten ist eine hohe Schätzgüte wichtiger als ein glatter Verlauf, da hier sonst Produkte zu hoch bzw. zu niedrig bewertet werden könnten. Bei Anwendungen mit einem makroökonomischen Fokus kommt es dafür mehr auf einen glatten Verlauf und eine gute Interpretierbarkeit der Zinsstrukturkurve an (Svensson 1994).

3.2 Bucketing

Die Modellierung einer kontinuierlichen Zinsstruktur mit Hilfe des Bucketing Verfahrens erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird eine diskrete Zeitstruktur $\mathbf{T} = (t_0,t_1, \ldots ,t_N)$ festgelegt und die dazugehörige Diskontierungsstruktur $\mathbf{DF} = (DF_1, \ldots ,DF_N)$ unter Minimierung des Preisfehlers der Marktprodukte berechnet. Im Anschluss daran wird diese diskrete Diskontierungsstruktur zu einer kontinuierlichen Diskontierungskurve interpoliert und ggf. in eine Zinsstrukturkurve überführt.

3.2.1 Bestimmung der Diskontierungsstruktur

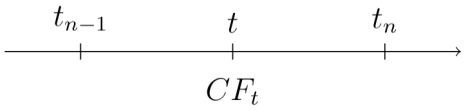
Die Grundlage für das Bucketing Modell ist die Tatsache, dass der Barwert *PV* einer Position *G* gleich der Summe der diskontierten Zahlungen von *G* ist (Cremers 1999, S. 129). Da der Barwert gleichzeitig auch der faire Preis S^* im Zeitpunkt t_0 ist, gilt:

$$S^*(t_0, G) = PV(G) = \sum_{n=1}^{N} CF(t_n, G) \cdot DF_n \qquad (3.1)$$

Da dieser Zusammenhang für alle Produkte eines Marktes gilt und sowohl die einzelnen Zahlungen, und im betrachteten Fall des Bond-Marktes ihr Zeitpunkt, als auch der Preis der Produkte bekannt ist, können aus diesen Informationen die Diskontierungsfaktoren DF_n bestimmt werden. Dazu muss es jedoch mindestens genau so viele Produkte geben wie Diskontierungsfaktoren zu bestimmen sind. Leider fallen die Zahlungstermine der einzelnen Handelsprodukte meist auf unterschiedliche Tage, so dass zu viele unbekannte Diskontierungsfaktoren zu bestimmen wären. Dieses Problem lässt sich mit Hilfe des Bucketings lösen.

Zuerst wird eine diskrete Zeitstruktur $\mathbf{T} = (t_0,t_1, \ldots ,t_N)$ festgelegt, die sowohl von der Anzahl der beobachteten Handelsprodukte als auch von der jeweiligen Laufzeit t_n abhängt. Werden zu kleine Zeitschritte gewählt, sind zu viele Unbekannte zu bestimmen und das Gleichungssystem ist nicht lösbar. Bei zu großen Zeitschritten ergibt sich jedoch das Problem einer ungenaueren Darstellung.

In der Regel fallen die Cashflows CF_t der am Markt beobachteten Handelsprodukte nicht auf die Zeitpunkte der gewählten diskreten Zeitstruktur **T**.



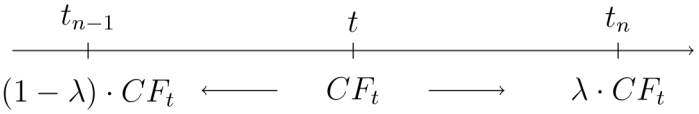
Beim Bucketing Verfahren wird der Cashflow CF_t, der im Zeitpunkt t eine Geldeinheit zahlt, so aufgeteilt, dass er durch zwei Zahlungen in den Zeitpunkten t_{n-1} und t_n, die jeweils Element der diskreten Zeitstruktur **T** sind, ersetzt werden kann. Die Aufteilung des Cashflows wird mit Hilfe der Bucketingfunktionen $B_1 = B_1(t,DF_{n-1},DF_n)$ und $B_2 = B_2(t,DF_{n-1},DF_n)$ bestimmt (Cremers und Schwarz 1999, S. 3). Der Barwert des Cashflows CF_t berechnet sich dann als

$$PV(CF_t) = CF_t \cdot B_1 \cdot DF_{n-1} + CF_t \cdot B_2 \cdot DF_n \qquad (3.2)$$

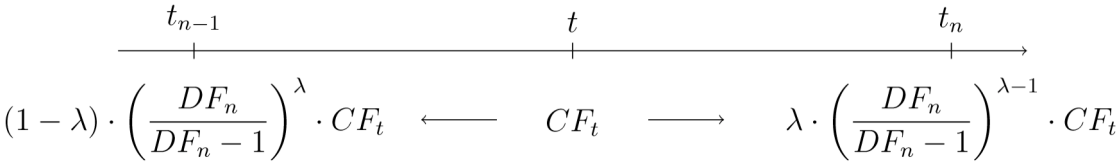
Aus der Menge aller möglichen Bucketingfunktionen wird im Rahmen dieser Arbeit nur das lineare und das exponentielle Bucketing näher betrachtet. Der Parameter λ bezeichnet dabei den Abstand von t zum linken Rand t_{n-1} und wird wie folgt berechnet.

$$\lambda(t) = \frac{t - t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \qquad (3.3)$$

Dem linearen Bucketing liegt die lineare Interpolation zu Grunde. Demnach erfolgt die Aufteilung von CF_t auf die beiden Buckets linear.



Beim exponentiellen Bucketing wird die Aufteilung auf Basis der exponentiellen Interpolation durchgeführt. Der Abstand λ geht daher exponentiell ein (Cremers und Schwarz 1999, S. 5-10).



Nachdem die Cashflows aller Handelsprodukte G_j auf die entsprechenden Buckets aufgeteilt sind, ergibt sich gemäß Gleichung 3.1 folgendes Konsistenzgleichungssystem.

$$\begin{array}{ccccccccc} c_{11}DF_1 & + & c_{12}DF_2 & + & \cdots & + & c_{1N}DF_N & = & S_1 \\ c_{21}DF_1 & + & c_{22}DF_2 & + & \cdots & + & c_{2N}DF_N & = & S_2 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ c_{J1}DF_1 & + & c_{J2}DF_2 & + & \cdots & + & c_{JN}DF_N & = & S_J \end{array} \qquad (3.4)$$

wobei $c_{jn} = CF_{jn}$, also der Inhalt von Bucket j im Zeitpunkt t_n ist. Dies lässt sich in Matrix-Schreibweise als $\mathbf{C} \cdot \mathbf{DF} = \mathbf{S}$ ausdrücken, mit

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ c_{J1} & \cdots & c_{JN} \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{DF} = \begin{pmatrix} DF_1 \\ \vdots \\ DF_N \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_J \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

Die Komponenten S_j des Preisvektors **S** bestehen dabei aus dem Inhalt des Buckets j zum Zeitpunkt t_0 abzüglich des Dirty Price des Handelsproduktes j. Der Dirty Price beinhaltet zusätzlich zu dem am Markt quotierten Clean Price auch noch die bis zum Settlement aufgelaufenen Stückzinsen, die vom Käufer des Handelsproduktes zu zahlen sind.

Die triviale Lösung $\mathbf{DF} = \mathbf{C}^{-1}\,\mathbf{S}$ erfordert, dass **C** invertierbar ist. Dies ist in der Regel nicht der Fall, da der Markt der beobachteten Finanzprodukte meist nicht arbitragefrei ist (Cremers 1999, S. 178). Wenn also keine algebraische Lösung möglich ist, müssen die Gleichungen 3.4 und 3.5 um einen Fehlerterm ε_j bzw. Fehlervektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ erweitert werden. Damit ergibt sich das Konsistenzgleichungssystem zu

$$\begin{array}{ccccccccc} c_{11}DF_1 & + & c_{12}DF_2 & + & \cdots & + & c_{1N}DF_N & = & S_1 + \epsilon_1 \\ c_{21}DF_1 & + & c_{22}DF_2 & + & \cdots & + & c_{2N}DF_N & = & S_2 + \epsilon_2 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ c_{J1}DF_1 & + & c_{J2}DF_2 & + & \cdots & + & c_{JN}DF_N & = & S_J + \epsilon_J \end{array} \tag{3.6}$$

In Matrix-Schreibweise ergibt sich somit $\mathbf{C} \cdot \mathbf{DF} = \mathbf{S} + \boldsymbol{\varepsilon}$, mit

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ c_{J1} & \cdots & c_{JN} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{DF} = \begin{pmatrix} DF_1 \\ \vdots \\ DF_N \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_J \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_J \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

Nun wird mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate die Diskontierungsstruktur **DF** so bestimmt, dass die Summe der quadrierten Preisabweichungen ε_j minimal ist. Dafür wird der Ordinary Least Squares Estimator (OLSE) verwendet, wonach sich die Diskontierungsstruktur wie folgt berechnen lässt (Cremers 1998, S. 44).

$$\boldsymbol{DF} = (\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{C})^{-1}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{S} \tag{3.8}$$

3.2.2 Verstetigung der diskreten Diskontierungsstruktur

Da in Gleichung 3.8 nur eine diskrete Diskontierungsstruktur **DF** für die Zeitstruktur **T** ermittelt wird, muss diese im nächsten Schritt verstetigt werden. Dies kann mittels linearer oder exponentieller Interpolation, wie im Abschnitt 2.4 beschrieben, erreicht werden. Somit kann für jeden Zeitpunkt $t_n \leq t_N$ der dazugehörige Diskontierungsfaktor DF_n bestimmt werden.

Aus den einzelnen Diskontierungsfaktoren lässt sich dann leicht der dazugehörige Zinssatz im Kalkül der kontinuierlichen Verzinsung errechnen (Cremers 1999, S. 113).

$$r_n = -\frac{\ln DF_n}{T(t_0, t_n)} \tag{3.9}$$

3.3 Nelson/Siegel mit Erweiterungen

Das von Charles R. Nelson und Andrew F. Siegel Ende der 80er Jahre entwickelte Modell zur Schätzung der Zinsstrukturkurve zeichnet sich zum einen durch seine Einfachheit und zum anderen dadurch aus, dass es im Gegensatz zu den bisherigen Modellen alle möglichen Verläufe der Zinsstrukturkurve darstellen kann. Die bis dahin üblichen Modelle, die auf kubischen Splines basieren, haben die unangenehme Eigenschaft, am langen Laufzeitende stark abzufallen. Somit sind sie für die out-of-sample Prognose von Zinssätzen für Laufzeiten außerhalb des beobachteten Laufzeitbandes nicht bzw. nur bedingt zu gebrauchen (Nelson und Siegel 1987, S. 474).

3.3.1 Nelson/Siegel

Der Ansatz von Nelson/Siegel schätzt die Spot Rates r_n für alle Zeitpunkte $t_n \leq t_N$ über die dazugehörigen kurzfristigen Forward Rates. Ein grundsätzliches Problem ist die Tatsache, dass im Bond-Markt weder die Spot Rate noch die Forward Rate direkt ersichtlich ist. Bei der Berechnung der Spot und Forward Rates aus den beobachteten Bonds muss man zwischen Zero-Coupon-Bonds und Multi-Coupon-Bonds unterscheiden. Während Multi-Coupon-Bonds regelmäßige Zinszahlungen und die Rückzahlung des Kapitals am Laufzeitende aufweisen, zahlen Zero-Coupon-Bonds keine Zinsen während der Laufzeit. Die Zinszahlung erfolgt kumuliert mit dem Kapital am Laufzeitende. Bei Zero-Coupon-Bonds entspricht der Yield to Maturity (YTM) der Spot Rate für diese Laufzeit. Der YTM ist derjenige Zinssatz, für den der Preis des Bonds gleich der Summe seiner mit diesem Zinssatz diskontierten Zahlungen ist. Somit kann der YTM $y_n = y(t_0,t_n)$ für Zero-Coupon-Bonds mit der Laufzeit (t_0,t_n) wie folgt berechnet werden.

$$S(t_0) = 100 \cdot e^{-y_n \cdot T(t_0, t_n)} \tag{3.10}$$

Der YTM y_n lässt sich aus Gleichung 3.10 also leicht bestimmen, da der aktuelle Preis $S(t_0)$ bekannt ist. Auch für Multi-Coupon-Bonds lässt sich ein YTM berechnen. Hier müssen jedoch mehrere Zahlungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten berücksichtigt werden.

$$S(t_0) = \sum_{n=1}^{N} CF_n \cdot e^{-y_N \cdot T(t_0, t_n)} \tag{3.11}$$

Der sich aus Gleichung 3.11 ergebende YTM y_N für einen Multi-Coupon-Bond entspricht jedoch nicht der Spot Rate r_n. Vielmehr ist er ein Durchschnitt der Spot Rates bis zum Laufzeitende (Svensson 1994, S. 2-4). Zur Berechnung der Spot-Rates aus den beobachteten Daten

von Multi-Coupon-Bonds wird ein so genannter Bootstrapping Algorithmus benutzt. Dieser basiert auf dem Present Value. Im Gegensatz zum YTM wird beim Present Value jede Zahlung mit der für die jeweilige Laufzeit gültigen Spot Rate diskontiert. Der Present Value entspricht gleichzeitig dem am Markt beobachteten Preis.

$$PV = \sum_{n=1}^{N} CF_n \cdot e^{-r_n \cdot T(t_0, t_n)} \tag{3.12}$$

Für Laufzeiten unter einem Jahr stehen die Spot Rates bereits zur Verfügung, da diese dem YTM der Bonds mit Restlaufzeiten von weniger als einem Jahr entsprechen. Die restlichen Bonds werden nach aufsteigender Restlaufzeit durchgegangen. Für Bonds mit einer Restlaufzeit zwischen ein und zwei Jahren kann die Gleichung 3.12 nun gelöst werden, denn sowohl der Preis ist bekannt als auch der Zinssatz r_n für die Zahlung im ersten Jahr. Dieser kann mittels Interpolation, wie im Abschnitt 2.4 beschrieben, aus den beiden nächstgelegenen, bereits vorhandenen Spot Rates ermittelt werden. Dieses Verfahren wird so lange wiederholt, bis für alle Bonds eine Spot Rate für die jeweilige Restlaufzeit ermittelt wurde.

Die jeweiligen impliziten Forward Rates lassen sich nun einfach aus den Spot Rates berechnen. Der heutige Zinssatz für eine Anlage vom Zeitpunkt t_l bis zum Zeitpunkt t_n im Kalkül der kontinuierlichen Verzinsung ergibt sich als

$$f_{\ell,n} = \frac{r_n \cdot T(t_0, t_n) - r_\ell \cdot T(t_0, t_\ell)}{T(t_\ell, t_n)} \tag{3.13}$$

Die kurzfristige Forward Rate ist die Forward Rate für einen infinitesimal kleinen Anlagezeitraum. Die Länge Δm der Zinsperiode geht also gegen Null. In der Praxis ist dies dann die Anlage zum Overnight-Satz für einen Tag.

$$f_m = \lim_{\Delta m \to 0} f_{m,m+\Delta m} \tag{3.14}$$

Die Forward Rate $f_{l,n}$ ergibt sich demnach als Durchschnitt der kurzfristigen Forward Rates mit Startzeitpunkten zwischen t_l und t_n.

$$f_{\ell,n} = \frac{\int_{m=\ell}^{n} f_m dm}{T(t_\ell, t_n)} \tag{3.15}$$

Auch die Spot Rate r_n kann als Durchschnitt der kurzfristigen Forward Rates geschrieben werden. Die Startzeitpunkte der kurzfristigen Forward Rates liegen dann zwischen t_0 und t_n (Svensson 1994, S. 4-5).

$$r_n = \frac{\int_{m=0}^{n} f_m dm}{T(t_0, t_n)} \tag{3.16}$$

Nelson und Siegel formulieren nun für die kurzfristige Forward Rate den folgenden Regressionsansatz:

$$f_m(\boldsymbol{b}) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\tau}} + \beta_2 \frac{m}{\tau} e^{-\frac{m}{\tau}} \qquad (3.17)$$

Wobei m die Zeit und $\mathbf{b}^T = (\beta_0,\beta_1,\beta_2,\tau)$ der Parametervektor (β_0 und τ müssen positiv sein) ist. Damit besteht die Forward Rate in Gleichung 3.17 aus drei Bestandteilen. Der erste Parameter, β_0, ist eine Konstante. Der zweite Bestandteil ist ein exponentieller Term, $\beta_1 e^{-m/\tau}$, der mit zunehmender Laufzeit monoton gegen Null fällt (oder steigt falls β_1 negativ ist). Die dritte Komponente, β_2 m/τ $e^{-m/\tau}$, sorgt für einen Buckel (oder eine U-Form, falls β_2 negativ ist). Wenn die Laufzeit m gegen Unendlich strebt, nähert sich der Funktionswert f_m dem Wert β_0. Strebt die Laufzeit m gegen Null, so nähert sich der Funktionswert dem Wert $\beta_0 + \beta_1$. Aus dieser Gleichung für die Forward Rates lässt sich nun wie in Gleichung 3.16 gezeigt die Funktion für die Spot Rates ableiten. Zuerst muss die Gleichung 3.17 von 0 bis n integriert werden. Dazu wird in einem ersten Schritt die Stammfunktion der einzelnen Summanden gebildet.

$$\int_0^n \beta_0 \, dm = \beta_0 \cdot \Big[m\Big]_0^n \qquad (3.18)$$

$$\int_0^n \beta_1 e^{-\frac{m}{\tau}} \, dm = \beta_1 \cdot \Big[-\tau e^{-\frac{m}{\tau}}\Big]_0^n \qquad (3.19)$$

$$\int_0^n \beta_2 \frac{m}{\tau} e^{-\frac{m}{\tau}} \, dm = \beta_2 \cdot \Big[-\tau e^{-\frac{m}{\tau}} - m\tau e^{-\frac{m}{\tau}}\Big]_0^n \qquad (3.20)$$

Im nächsten Schritt werden die Differenzen der Stammfunktionen nach Einsetzung der Grenzen n und 0 gebildet.

$$\beta_0 \cdot \Big[m\Big]_0^n = \beta_0 n \qquad (3.21)$$

$$\beta_1 \cdot \Big[-\tau e^{-\frac{m}{\tau}}\Big]_0^n = \beta_1 \tau \cdot (1 - e^{-\frac{n}{\tau}}) \qquad (3.22)$$

$$\beta_2 \cdot \Big[-\tau e^{-\frac{m}{\tau}} - m\tau e^{-\frac{m}{\tau}}\Big]_0^n = \beta_2 \tau \cdot \left(1 - e^{-\frac{n}{\tau}} - \frac{n}{\tau} e^{-\frac{n}{\tau}}\right) \qquad (3.23)$$

Im Anschluss daran wird im letzten Schritt noch jeder der drei Summanden durch n dividiert.

$$\frac{1}{n} \cdot \beta_0 n = \beta_0 \qquad (3.24)$$

$$\frac{1}{n} \cdot \beta_1 \tau \cdot (1 - e^{-\frac{n}{\tau}}) = \beta_1 \frac{1 - e^{-\frac{n}{\tau}}}{\frac{n}{\tau}} \qquad (3.25)$$

$$\frac{1}{n} \cdot \beta_2 \tau \cdot \left(1 - e^{-\frac{n}{\tau}} - \frac{n}{\tau} e^{-\frac{n}{\tau}}\right) = \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\frac{n}{\tau}}}{\frac{n}{\tau}} - e^{-\frac{n}{\tau}}\right) \qquad (3.26)$$

Setzt man nun die einzelnen Summanden wieder zusammen, so ergibt sich folgende Funktion zur Berechnung der Spot Rates (Nelson und Siegel 1987, S. 475).

$$r_n(\boldsymbol{b}) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\frac{n}{\tau}}}{\frac{n}{\tau}} + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\frac{n}{\tau}}}{\frac{n}{\tau}} - e^{-\frac{n}{\tau}} \right) \qquad (3.27)$$

Hier ist es interessant, die Faktorladungen, also die Faktoren zu den Parametern β_0, β_1 und β_2, im Zeitverlauf näher zu betrachten. Es ist in Abbildung 3.1 leicht zu erkennen, dass β_1 für den kurzfristigen Verlauf der Spot Kurve verantwortlich ist, da die Faktorladung bei 1 beginnt und dann schnell abfällt. Im Gegensatz dazu beeinflusst β_2 den mittelfristigen Verlauf; die Faktorladung startet bei 0 und steigt dann an, um im mittleren Laufzeitbereich wieder abzufallen. Dadurch ist die Abbildung eines Buckels bzw. einer U-Form in der Zinsstruktur möglich. Der Parameter β_0 bestimmt das Niveau der Zinsstruktur am langen Ende, da die Faktorladung konstant bei 1 liegt und er damit bei langen Laufzeiten der einzige signifikante Einfluss ist.

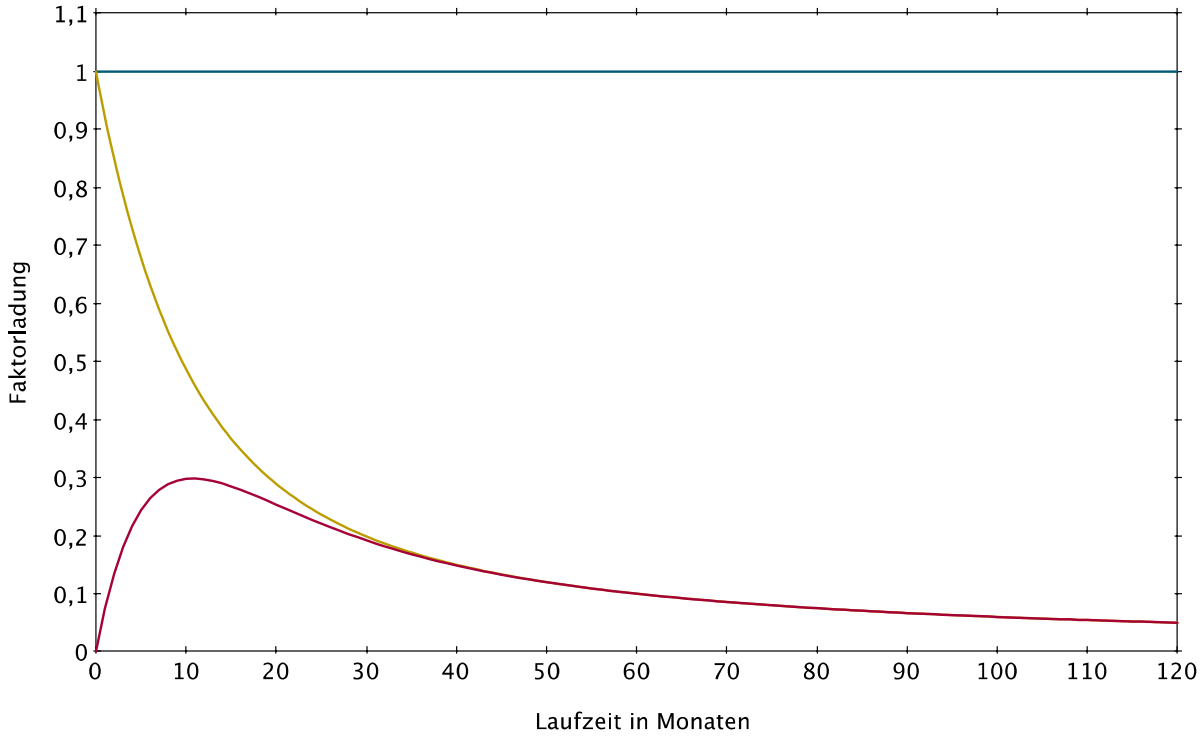


Abbildung 3.1: Faktorladungen im Nelson/Siegel Modell mit τ =6

Mit Hilfe dieser Gleichung und den beobachteten Spot Rates für die verschiedenen Laufzeiten lassen sich nun die Parameter $\mathbf{b}^T = (\beta_0,\beta_1,\beta_2,\tau)$ schätzen. Da die Funktion aufgrund des Parameters τ nicht linear in den Parametern ist, ist eine Schätzung mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate nicht möglich. Daher variieren Nelson/Siegel den Parameter τ und schätzen die Parameter β_0, β_1 und β_2 mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate (Nelson und Siegel 1987, S. 478).

Die Schätzung kann auf zwei verschiedene Arten durchgeführt werden, und zwar einerseits unter Minimierung der Yieldfehler und andererseits unter Minimierung der Preisfehler.

Sollen die Yieldfehler minimiert werden, so werden die Parameter so gewählt, dass die Summe der quadrierten Abweichungen zwischen den geschätzten und den beobachteten Spot Rates minimal ist.

Im Unterschied dazu werden bei der Minimierung der Preisfehler die Parameter so gewählt, dass die Summe der quadrierten Abweichungen zwischen den beobachteten und den geschätzten Preisen minimal ist. Dabei werden die geschätzten Preise bestimmt, indem die Cashflows der einzelnen Bonds mit den geschätzten Spot Rates diskontiert werden und damit dann der Present Value gemäß Gleichung 3.12 berechnet wird (Svensson 1994, S. 22-24). Auf die Unterschiede der beiden Optimierungsansätze und die Details der Berechnung wird im Abschnitt 4.2 noch näher eingegangen.

3.3.2 Svensson Erweiterung

Im Jahr 1994 hat Lars E. O. Svensson die Modellierung der Zinsstruktur nach Nelson/Siegel aufgegriffen und auf die schwedische Zinsstruktur angewendet. Ein Ergebnis seiner Untersuchungen war die Auffälligkeit, dass die Modellierung nach Nelson/Siegel Schwierigkeiten mit der Abbildung der Zinsstruktur hat, wenn mehr als ein Buckel bzw. eine U-Form im Laufzeitverlauf auftritt. Um die Schätzgüte in diesen Fällen zu verbessern, hat Svensson das Ursprungsmodell leicht modifiziert und einen weiteren Term hinzugefügt. Damit wird die Darstellung eines zusätzlichen Buckels bzw. einer U-Form möglich. Somit ergibt sich die Forward Rate Funktion als

$$f_m(\boldsymbol{b}) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 \frac{m}{\tau_1} e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_3 \frac{m}{\tau_2} e^{-\frac{m}{\tau_2}} \qquad (3.28)$$

mit den zusätzlichen Parametern β_3 und τ_2. Analog dazu ändert sich auch die Funktion zur Berechnung der Spot Rate.

$$r_n(\boldsymbol{b}) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\frac{n}{\tau_1}}}{\frac{n}{\tau_1}} + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\frac{n}{\tau_1}}}{\frac{n}{\tau_1}} - e^{-\frac{n}{\tau_1}} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-\frac{n}{\tau_2}}}{\frac{n}{\tau_2}} - e^{-\frac{n}{\tau_2}} \right) \qquad (3.29)$$

Durch diese geringfügige Modifikation ist es möglich, die Schätzgüte bei sehr komplexen Verläufen der Zinsstrukturkurve erheblich zu verbessern, ohne die Komplexität des Modells übermäßig zu erhöhen (Svensson 1994, S. 6). Man muss jedoch berücksichtigen, dass nun zwei Parameter mehr geschätzt werden müssen und der vereinfachte Ansatz von Diebold/Li mit einem konstanten Wert für τ (siehe Abschnitt 3.3.3) nicht mehr genutzt werden kann. Daher verwendet Svensson zur Schätzung der Parameter auch die Maximum-Likelihood-Methode (Svensson 1994, S. 23).

3.3.3 Diebold/Li Erweiterung

Auch Francis X. Diebold und Danlin Li haben im Jahr 2006 das Nelson/Siegel Modell untersucht und weiterentwickelt. Zudem wird auch eine leicht abgewandelte Schreibweise der Spot Rate Funktion verwendet.

$$r_n(\boldsymbol{b}) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\lambda_t n}}{\lambda_t n} + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t n}}{\lambda_t n} - e^{-\lambda_t n} \right) \qquad (3.30)$$

Der Parameter λ_t in der Schreibweise von Diebold/Li entspricht $1/\tau$ aus der originalen Formel von Nelson/Siegel. Ein Ergebnis der Arbeit ist die Interpretation der Parameter. Während diese zuvor nur als kurz-, mittel- und langfristiger Faktor beschrieben wurden, werden sie von Diebold/Li als Niveau, Steigung und Krümmung interpretiert. Der Parameter β_0 ist demnach für das Niveau der Zinsstrukturkurve verantwortlich, da $r(\infty) = \beta_0$ und die Zinssätze in allen Laufzeitbereichen durch die konstante Faktorladung von Eins gleichermaßen beeinflusst werden. Als Steigung wird der Parameter β_1 interpretiert, der als Differenz aus der 10-Jahres und der 3-Monats Spot Rate definiert wird. Veränderungen von β_1 wirken sich stärker auf kurze Laufzeiten aus und verändern dadurch die Steigung der gesamten Kurve. Die Krümmung der Zinsstruktur wird als Differenz aus der zweifachen 2-Jahres Spot Rate und der Summe aus der 10-Jahres und der 3-Monats Spot Rate definiert. Sie wird dem Parameter β_2 zugeschrieben, der kaum Auswirkungen auf kurze und lange Laufzeiten hat, dafür aber die Zinssätze im mittleren Laufzeitbereich beeinflusst und dadurch die Krümmung verändert. Diese Aussagen lassen sich auch anhand der Abbildung 3.1 nachvollziehen. Eine Besonderheit bei den Berechnungen nach Diebold/Li ist die Tatsache, dass der Parameter λ_t konstant auf den Wert 0,0609 festgelegt wird. Der Parameter λ_t bestimmt die Laufzeit, bei der die Faktorladung des Parameters β_2, der für den mittleren Laufzeitbereich bzw. die Krümmung verantwortlich ist, am größten ist. Laut Diebold/Li wird in der Regel von einer Laufzeit von zwei oder drei Jahren ausgegangen. In ihrer Arbeit haben Diebold/Li sich dazu entschieden, den Mittelwert daraus, nämlich 30 Monate, zu verwenden. Für ein λ_t von 0,0609 wird die Faktorladung für β_2 genau bei einer Laufzeit von 30 Monaten maximal. Durch die Festlegung des Parameters λ_t vereinfacht sich zum einen die Berechnung, zum anderen wird aber auch die Verlässlichkeit des Modells erhöht, da die verbleibenden Parameter β_0, β_1 und β_2 mit Hilfe der gewöhnlichen Methode kleinster Quadrate geschätzt werden können. Das wichtigste Ergebnis der Arbeit von Diebold/Li sind jedoch die Ergebnisse zur Prognose der zukünftigen Zinsstruktur. Hierzu wurden die einzelnen Parameter β_0, β_1 und β_2 als univariater AR(1) Prozess modelliert und prognostiziert. Mit Hilfe der prognostizierten Parameter wurde dann der Verlauf der zukünftigen Zinsstruktur ermittelt. Im Vergleich mit älteren Methoden zur Prognose der Zinsstruktur liefert das Verfahren von Diebold/Li gute Ergebnisse. Während es bei einem Prognosezeitraum von drei Monaten nicht viel schlechtere Ergebnisse als die besten alternativen Verfahren liefert, zeigt es bei den längerfristigen Prognosen von sechs bzw. zwölf Monaten signifikant bessere Ergebnisse (Diebold und Li 2006, S. 341-362). Die Prognose nach Diebold/Li wird in Abschnitt 5.3 genauer beschrieben.

4 Empirischer Vergleich

Im folgenden Abschnitt sollen die beiden vorgestellten Methoden zur Modellierung der Zinsstrukturkurve anhand einer empirischen Untersuchung verglichen werden. Die empirische Untersuchung für die Modellierung nach Nelson/Siegel wird stellvertretend mit der leicht modifizierten Formel von Diebold/Li durchgeführt. In einem ersten Schritt wird die verwendete Datenbasis vorgestellt und die zwei verschiedenen Ansätze zur Fehleroptimierung im Diebold/Li Modell erläutert sowie die Unterschiede herausgestellt. Weiterhin werden die verwendeten Gütemaße für Bewertung der Qualität der Schätzung eingeführt. Zum Abschluss werden die mit beiden Modellierungsansätzen ermittelten Ergebnisse präsentiert, bewertet und miteinander verglichen.

4.1 Datenbasis

Die empirische Untersuchung im Rahmen dieser Arbeit findet ausschließlich auf Basis von deutschen Bundeswertpapieren statt. Betrachtet werden dabei Bundesanleihen, Bundesobligationen, Bundesschatzanweisungen und Bundesschatzbriefe mit einer Restlaufzeit von maximal 10 Jahren. Die Wertpapiere werden quartalsweise (jeweils am 31.03., 30.06., 30.09. und 31.12.) im Zeitraum von Dezember 1999 bis August 2010 an der Frankfurter Wertpapierbörse beobachtet. Zu den jeweiligen Anleihen werden die Informationen zu Preis, Coupon und Fälligkeitsdatum an den entsprechenden Stichtagen am Markt festgestellt. Die beobachteten Preise sind Mid-Preise, also das arithmetische Mittel aus An- und Verkaufskurs. Die beobachteten Daten stammen aus der Datenbank des Informationsdienstleisters Bloomberg.

Für jeden Stichtag liegen zwischen 45 und 61 Wertpapiere vor. Im Mittel werden 52 Bonds betrachtet. Die durchschnittliche Restlaufzeit beträgt etwas mehr als 34 Monate. Hier ist schon zu erkennen, dass es einen überproportional großen Anteil von Wertpapieren mit einer Restlaufzeit von weniger als fünf Jahren gibt. Das Angebot von Wertpapieren mit einer Restlaufzeit von mehr als fünf Jahren ist deutlich knapper. Dies macht die Schätzung der Zinsstruktur am langen Ende in manchen Fällen schwieriger.

Aus den am Markt feststellbaren Informationen müssen noch weitere Kennzahlen zu den einzelnen Wertpapieren berechnet werden. Dazu zählen der Yield to Maturity, der Dirty Price und die Spot Rate. Der Yield to Maturity ist derjenige Zinssatz, für den die Summe der mit diesem Zinssatz diskontierten Zahlungen eines Bonds gleich dem Preis des Bonds sind.

$$S(t_0) = \sum_{i=1}^{N} CF_n \cdot e^{-y \cdot T(t_0, t_n)} \qquad (4.1)$$

Der Dirty Price unterscheidet sich von dem Clean Price dahingehend, dass auch die vom Käufer des Bonds an den Verkäufer zu zahlenden Stückzinsen berücksichtigt werden. Somit ergibt sich der Dirty Price als

$$S_d(t_0) = S(t_0) + K \cdot \frac{d}{360} \qquad (4.2)$$

wobei *K* der Kupon des Bonds und *d* die Anzahl der Tage seit dem letzten Zinszahlungstermin ist. Die Berechnung der Spot Rate wird mit Hilfe des Bootstrapping Algorithmus durchgeführt. Für Laufzeiten von weniger als einem Jahr stehen die Spot Rates bereits zur Verfügung. In diesem Fall entsprechen sie dem YTM der Bonds mit einer Restlaufzeit von weniger als einem Jahr. Die Spot Rates für Laufzeiten von mehr als einem Jahr lassen sich mit Hilfe der bereits bekannten Spot Rates ermitteln. Der Preis eines Finanzproduktes entspricht der Summe seiner diskontierten Cashflows.

$$S_i = \sum_{n=1}^{N} CF_n \cdot e^{-r_n \cdot T(t_0,t_n)} \qquad (4.3)$$

Für ein Finanzprodukt mit einer Restlaufzeit von mehr als einem, aber weniger als zwei Jahren, lässt sich die Spot Rate r_1 für die Diskontierung der Zahlung im ersten Jahr aus den bereits bekannten Spot Rates linear interpolieren. Da der Preis *S* des Finanzproduktes bekannt ist, kann die Spot Rate r_2 für den Zeitpunkt der Zahlung im zweiten Jahr aus obiger Gleichung berechnet werden. Dieses Verfahren wird für alle Finanzprodukte nach aufsteigender Restlaufzeit durchgeführt. So können die Spot Rates für alle Fälligkeitstermine bestimmt werden.

4.2 Fehleroptimierung

Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 erwähnt, sind bei der Berechnungsmethode nach Nelson/Siegel und seinen Erweiterungen zwei verschiedene Methoden der Fehleroptimierung möglich. Während bei der Bucketing Methode immer auf minimale Preisfehler optimiert wird, kann bei der Methode nach Diebold/Li zusätzlich auch auf minimale Renditefehler optimiert werden. In dem folgenden Abschnitt werden die Unterschiede in der Berechnung der beiden Optimierungen vorgestellt und erläutert. Welches der beiden Verfahren die besseren Ergebnisse liefert, wird in Abschnitt 4.5 näher erläutert.

4.2.1 Preisfehler-Optimierung

Analog zur Bucketing-Methode werden bei der Optimierung nach Preisfehlern die Parameter im Diebold/Li Modell so geschätzt, dass die Summe der quadrierten Abweichungen zwischen den geschätzten Preisen $\hat{S}_i$ und den am Markt beobachteten Preisen S_i minimal ist.

$$\sum_{i=1}^{I} (\hat{S}_i - S_i)^2 \rightarrow \min \qquad (4.4)$$

Die geschätzten Preise berechnen sich dabei nach dem Present Value, der die Summe aller diskontierten Cashflows darstellt.

$$\hat{S}_i = \sum_{n=1}^{N} CF_n \cdot e^{-r_n \cdot T(t_0,t_n)} \qquad (4.5)$$

Der jeweilige Diskontierungs-Zinssatz r_n wird dabei mit Hilfe der Diebold/Li Funktion für Spot Rates (siehe Gleichung 3.30) mit den geschätzten Parametern ermittelt. Die Parameter werden dann so gewählt, dass die Summe der quadrierten Preisabweichungen minimal ist.

4.2.2 Renditefehler-Optimierung

Bei der Optimierung der Renditefehler werden die Parameter des Diebold/Li Modells so geschätzt, dass die Summe der quadrierten Renditeabweichungen minimal ist.

$$\sum_{i=1}^{I}(\hat{r}_i - r_i)^2 \rightarrow \min \qquad (4.6)$$

Da die Rendite direkt aus der Diebold/Li Funktion berechnet wird, sind hier im Gegensatz zur Preisfehler-Optimierung keine weiteren Berechnungen notwendig.

4.3 Gütekriterien

Um die Qualität der geschätzten Zinsstrukturkurve beurteilen und später auch vergleichen zu können, ist der Einsatz von Gütemaßen erforderlich. Diese Größen sollen die Genauigkeit der Schätzung quantifizieren und die verschiedenen Methoden vergleichbar machen. Im Folgenden werden die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Gütemaße vorgestellt und ihre Berechnung erläutert.

4.3.1 Root Mean Squared Yield Error (RMSYE)

Der Root Mean Squared Yield Error (RMSYE) bezeichnet die mittlere Abweichung des geschätzten von dem am Markt beobachteten Zinssatz. Er berechnet sich aus der Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung zwischen den geschätzten und den beobachteten Renditen. Er besitzt die gleiche Dimension wie die betrachteten Größen und ist daher einfach zu interpretieren. Die Qualität der Schätzung ist umso größer, je kleiner der RMSYE ist.

$$RMSYE = \sqrt{\sum_{i=1}^{I}(\hat{r}_i - r_i)^2} \qquad (4.7)$$

4.3.2 Root Mean Squared Price Error (RMSPE)

Der Root Mean Squared Price Error (RMSPE) berechnet sich analog zum RMSYE, nur werden anstelle der Zinssätze die Preise betrachtet. Auch der RMSPE hat die gleiche Dimension wie die betrachteten Größen und kann daher als mittlere Abweichung zwischen den geschätzten und den beobachteten Preisen der Wertpapiere interpretiert werden. Je kleiner also der RMSPE ist, desto genauer ist die Schätzung.

$$RMSPE = \sqrt{\sum_{i=1}^{I}(\hat{S}_i - S_i)^2} \qquad (4.8)$$

4.4 Ergebnisse Bucketing

Wie bereits in Abschnitt 4.1 beschrieben, sind auf dem Markt für deutsche Bundeswertpapiere nur wenige Papiere mit einer Restlaufzeit von mehr als fünf Jahren zu beobachten. Dies führt bei der Bucketing Methode zu Schwierigkeiten in der Berechnung wenn äquidistante Zeitschritte verwendet werden. Bei zu kleinen Zeitschritten kann es vorkommen, dass auf einige Zeitschritte keinerlei anteilige Zahlungen entfallen. Dies führt dann in der anschließenden Schätzung dazu, dass sich keine eindeutige Diskontierungsstruktur bestimmen lässt. Dieses Problem lässt sich durch die Wahl einer Zeitstruktur mit weniger Zeitschritten lösen. Dies wiederum verschlechtert die Ergebnisse, insbesondere im kurzen Laufzeitbereich.

Im Rahmen dieser Arbeit wird daher die Berechnung nach der Bucketing Methode mit einer gestaffelten Zeitstruktur durchgeführt. Für Laufzeiten bis zu drei Monaten werden monatliche, für Laufzeiten bis zu zwei Jahren dreimonatliche, für Laufzeiten bis zu 5 Jahren halbjährliche und darüber hinaus jährliche Buckets verwendet. Der Aufbau der Zeitstruktur wird in Abbildung 4.1 verdeutlicht.

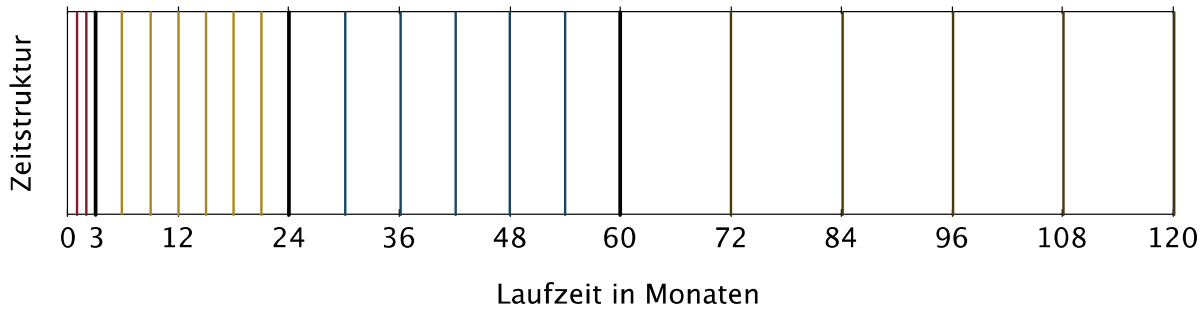


Abbildung 4.1: verwendete Zeitstruktur

Die Wahl dieser Zeitstruktur entspricht der relativ höheren Dichte an Wertpapieren mit kurzen und mittleren Restlaufzeiten, ohne dass es im langen Laufzeitbereich zu Problemen bei der Berechnung kommt. Für individuelle Zeitpunkte kann die Zeitstruktur noch genauer an die beobachteten Wertpapiere angepasst werden. Da im Rahmen dieser Arbeit 44 historische Zeitpunkte betrachtet werden, wurde diese Zeitstruktur als Kompromiss zwischen Genauigkeit und universeller Anwendbarkeit gewählt.

	RMSYE in %	RMSPE in €
Min	0,0333	0,1765
Mittel	0,0575	0,2423
Max	0,1067	0,3339
σ	0,0182	0,0335

Tabelle 4.1: Ergebnisse des Bucketing Verfahrens

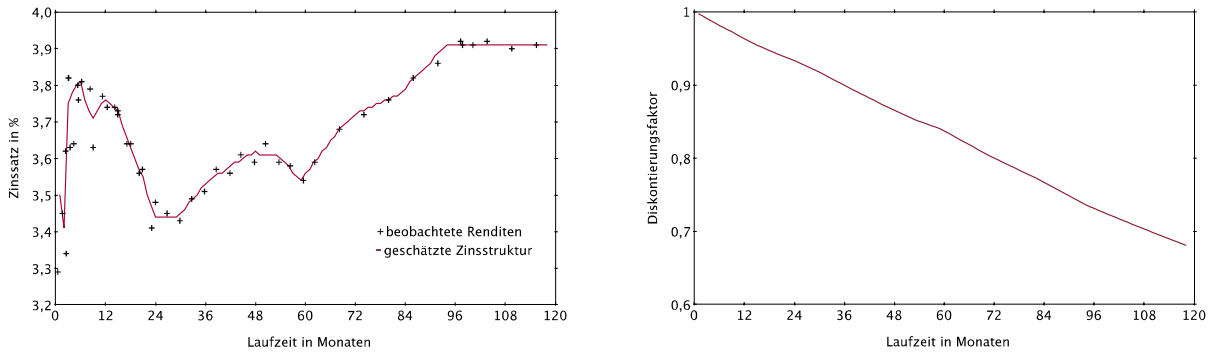


Abbildung 4.2: Schätzung mit dem Bucketing Verfahren am 31.03.2008

Die mit Hilfe des Bucketing Verfahrens ermittelten Zinsstrukturkurven geben den Verlauf der tatsächlichen Zinsstruktur sehr gut wieder. Die mittlere Rendite-Abweichung ist mit 0,0575% relativ gering, ebenso die Abweichung zwischen dem am Markt beobachteten Preis der Anleihen mit dem durch die geschätzte Zinsstruktur ermittelten Preis, die im Mittel nur 0,2423€ beträgt. An dem Beispiel der Zinsstruktur vom 31.03.2008 in Abbildung 4.2 kann man sehr gut erkennen, dass auch kleinere Unebenheiten, ebenso wie mehrere lokale Minima und Maxima, innerhalb der Zinsstruktur sehr gut abgebildet werden können. Auch die dazugehörige Diskontierungsstruktur, aus der nach der Schätzung erst die Zinsstruktur berechnet wird, hat einen monoton fallenden Verlauf und ist somit zulässig. Eine genauere Bewertung der Ergebnisse sowie der Vergleich mit den Ergebnissen der Methode nach Diebold/Li wird im Abschnitt 4.6 vorgenommen.

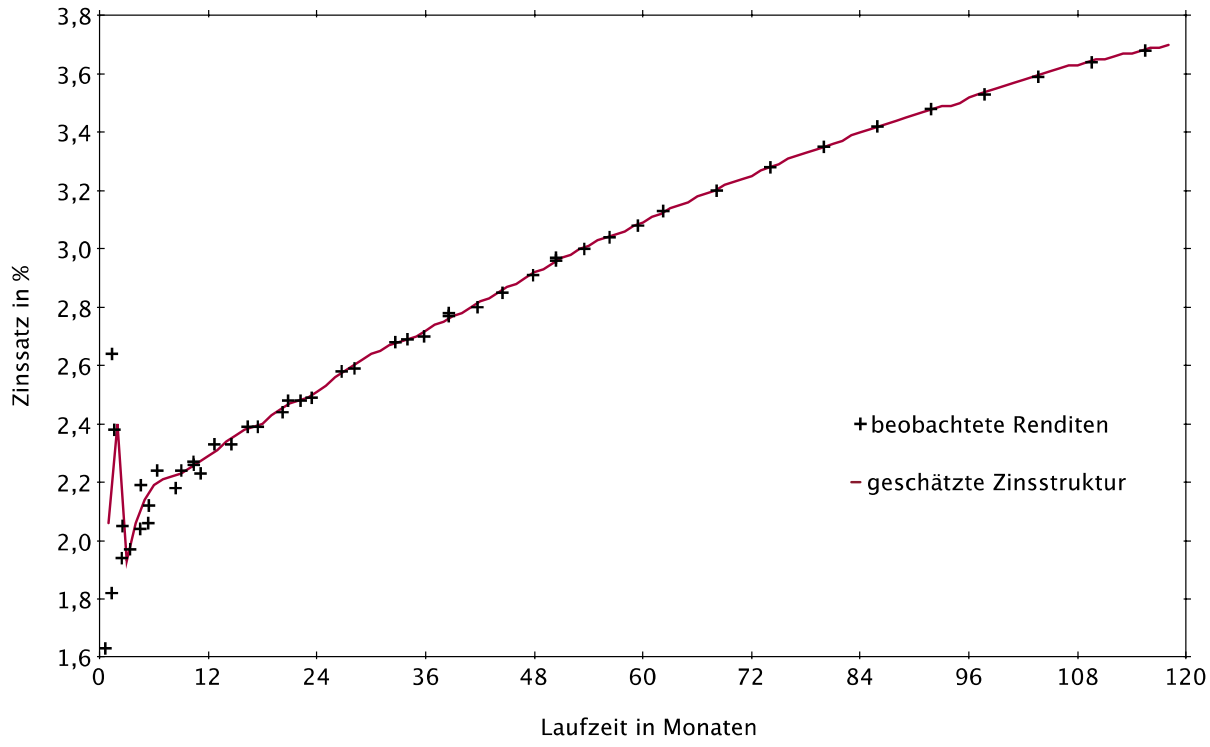


Abbildung 4.3: Schätzung mit dem Bucketing Verfahren am 31.03.2005

Bei der Beobachtung vom 31.03.2005 ist mit 0,1067% der höchste Wert für den RMSYE aufgetreten. Die Ursache für den erhöhten Fehlerwert ist bei einem Blick auf die Zinsstruktur leicht zu erkennen. Wie in Abbildung 4.3 zu sehen, weist die beobachtete Zinsstruktur am 31.03.2005 im sehr kurzen Laufzeitbereich Verwerfungen auf.

Es handelt sich also nicht um eine generelle Schwäche des Bucketing Verfahrens. Im Sinne einer möglichst genauen Abbildung der Zinsstruktur liefert das Bucketing Verfahren auch in dieser Situation gute Ergebnisse, auch wenn es naturgemäß zu Einbußen in der Glätte der Zinsstruktur kommt.

4.5 Ergebnisse Diebold/Li

Die empirische Untersuchung für die Modellierung nach Nelson/Siegel wurde stellvertretend mit der leicht modifizierten Formel von Diebold/Li durchgeführt. Wie in den ursprünglichen Untersuchung von Diebold/Li, wurde auch im Rahmen dieser Arbeit der Wert für λ auf 0,0609 festgelegt und nur die Parameter β_0, β_1 und β_2 mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt. Eine zusätzliche Schätzung des Parameters λ oder die Verwendung der Svensson Methode, wo zwei weitere Parameter zu schätzen sind, würde wahrscheinlich die Qualität der Modellierung verbessern. Dem gegenüber entsteht aber ein ungleich höherer Aufwand zur Schätzung der Parameter, da dann nicht mehr mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt werden kann, um die optimale Lösung zu finden. Die marginale Verbesserung der Ergebnisse rechtfertigt diesen Mehraufwand im Rahmen dieser Arbeit nicht.

	Renditefehler-Optimierung		Preisfehler-Optimierung	
	RMSYE in %	RMSPE in €	RMSYE in %	RMSPE in €
Min	0,0443	0,1696	0,0617	0,0357
Mittel	0,0923	0,2578	0,1564	0,1107
Max	0,1496	0,3917	0,3400	0,3162
σ	0,0274	0,0470	0,0628	0,0513

Tabelle 4.2: Ergebnisse des Diebold/Li Verfahrens

Für alle 40 Beobachtungszeitpunkte wurde jeweils eine Schätzung unter Optimierung der Renditefehler und eine Schätzung unter Optimierung der Preisfehler durchgeführt. Die Unterschiede der beiden Optimierungsmethoden spiegeln sich hauptsächlich im kurzen Laufzeitbereich wieder. Hier gibt es offensichtlich Verzerrungen zwischen der Beziehung von Rendite zu Preis.

Erwartungsgemäß ist bei der Optimierung auf Renditefehler der RMSYE im Mittel, aber auch in den Extremwerten signifikant geringer als bei der Optimierung auf Preisfehler. Mit einem mittleren Renditefehler von 0,0923% und einem mittleren Preisfehler von 0,2578€ liefert das Verfahren gute Ergebnisse. Bei der Minimierung der Preisfehler wiederum ist der RMSPE im

Mittel und in den Extremwerten signifikant nie driger. Hier beträgt der mittlere Preisfehler nur 0,1107€ bei einem mittleren Renditefehler von 0,1564%. Ein abschließender Vergleich dieser Ergebnisse mit den Ergebnissen der Bucketing Methode und die Bewertung erfolgt im Abschnitt 4.6.

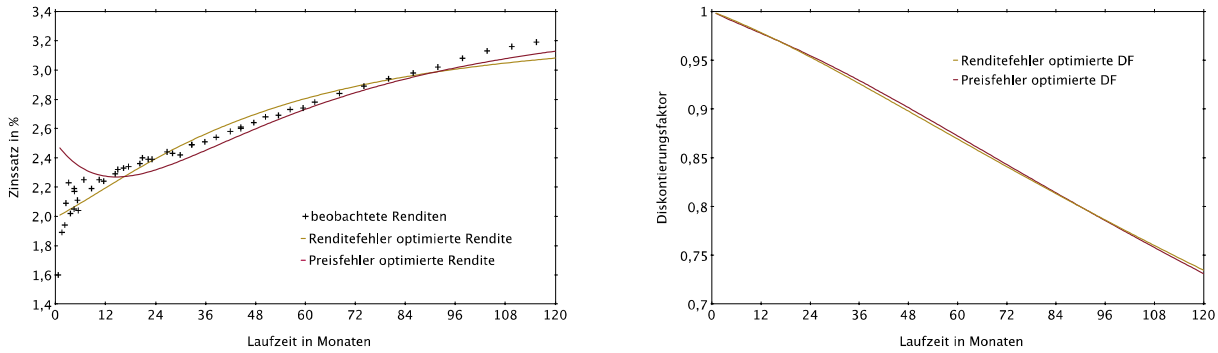


Abbildung 4.4: Schätzung mit dem Diebold/Li Verfahren am 30.09.2005

In den Ergebnissen des Diebold/Li Verfahrens gibt es keine extremen Ausreißer in den Gütemaßen. Bei genauerer Betrachtung der Beobachtungszeitpunkte mit tendenziell schlechteren Ergebnissen sind jedoch Einschränkungen des Diebold/Li Modells zu erkennen.

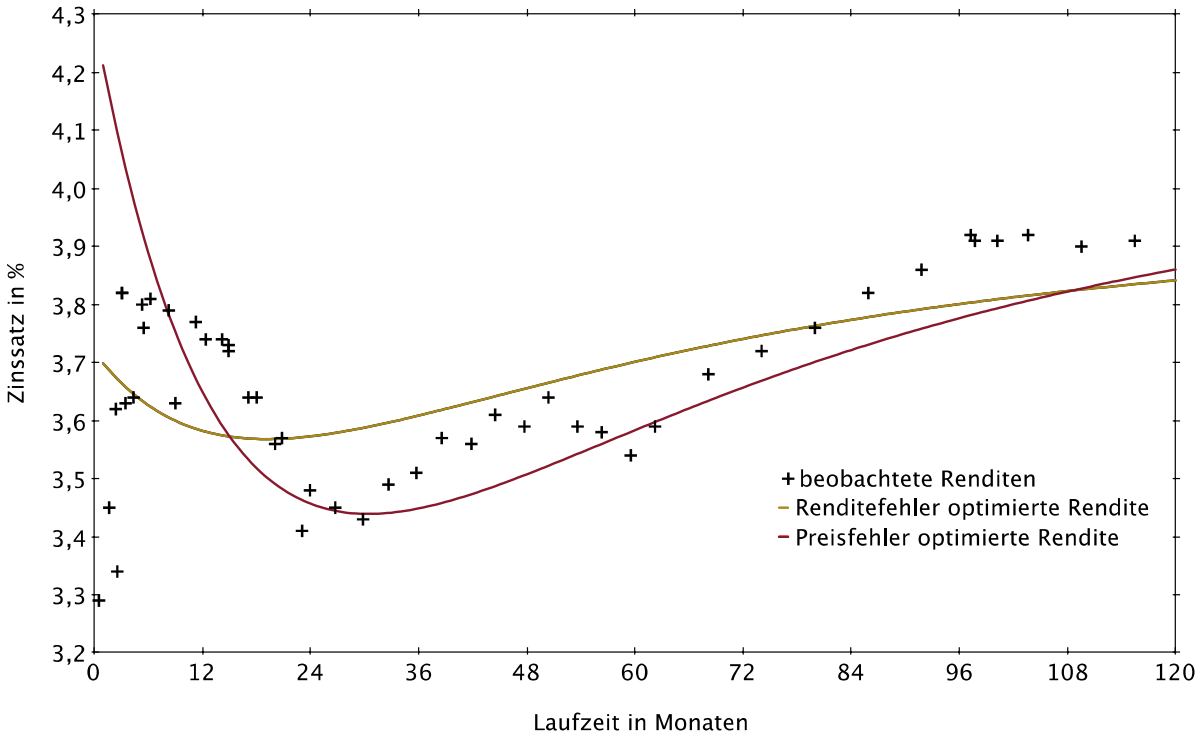


Abbildung 4.5: Schätzung mit dem Diebold/Li Verfahren am 31.03.2008

Besonders deutlich wird dies am Beobachtungsstichtag 31.03.2008. Wie in Abbildung 4.4 zu sehen, hat die Zinsstruktur zu diesem Zeitpunkt einen sehr unregelmäßigen Verlauf mit mehreren lokalen Minima und Maxima. Da das Verfahren von Diebold/Li höchstens einen Buckel darstellen kann, führt dies zwangsläufig zu einem erhöhten Fehlerwert. Selbst die Svensson Erweiterung, die einen weiteren Buckel darstellen kann, wäre in diesem Fall nicht in der Lage, die Zinsstruktur mit allen Feinheiten korrekt abzubilden.

4.6 Bewertung & Kritik

Wie in den beiden vorangegangen Abschnitten gezeigt, liefern sowohl die Modellierung der Zinsstruktur mit der Bucketing Methode, als auch die Berechnung nach Diebold/Li gute Ergebnisse in der empirischen Untersuchung. Beide Verfahren sind in der Lage die Zinsstrukturkurve in ihren diversen Formen darzustellen. Um die Qualität der beiden Methoden objektiv voneinander abgrenzen zu können, werden nun die in Abschnitt 4.3 vorgestellten Gütekriterien miteinander verglichen.

	Bucketing		Diebold/Li			
			Renditefehler-Optimierung		Preisfehler-Optimierung	
	RMSYE in %	RMSPE in €	RMSYE in %	RMSPE in €	RMSYE in %	RMSPE in €
Min	0,0333	0,1765	0,0443	0,1696	0,0617	0,0357
Mittel	0,0575	0,2423	0,0923	0,2578	0,1564	0,1107
Max	0,1067	0,3339	0,1496	0,3917	0,3400	0,3162
σ	0,0182	0,0335	0,0274	0,0470	0,0628	0,0513

Tabelle 4.3: Ergebnisse des Bucketing und Diebold/Li Verfahrens

Bei Betrachtung der Ergebnisse sieht man, dass zur Erzielung eines möglichst kleinen RMSYE das Bucketing Verfahren unter Verwendung einer geeigneten abgestuften Zeitstruktur benutzt werden sollte. Es liefert sowohl im Mittel als auch in den Extremwerten die besten Ergebnisse bei der kleinsten Standardabweichung.

Ist bei der Modellierung ein möglichst kleiner RMSPE gewünscht, so erzielt das Diebold/Li Verfahren unter Optimierung der Preisfehler das beste Ergebnis. Sowohl die Mittelwerte als auch die Extremwerte für den RMSPE sind am niedrigsten. Lediglich die Standardabweichung der Preisfehler ist beim Bucketing Verfahren geringer.

Das vergleichsweise bessere Ergebnis der Bucketing Methode ist sicherlich zu einem großen Teil der Fähigkeit sich an kleinste Unebenheiten innerhalb der Zinsstruktur anpassen zu können geschuldet. Dadurch kann die Bucketing Methode auch Zinsstrukturen mit mehreren lokalen Minima und Maxima zuverlässig und exakt darstellen. Insbesondere für Marktphasen, in denen solche Bedingungen vorliegen, ist die Bucketing Methode demnach bevorzugt zu verwenden, wenn das Ziel eine möglichst exakte Abbildung der Zinsstruktur ist.

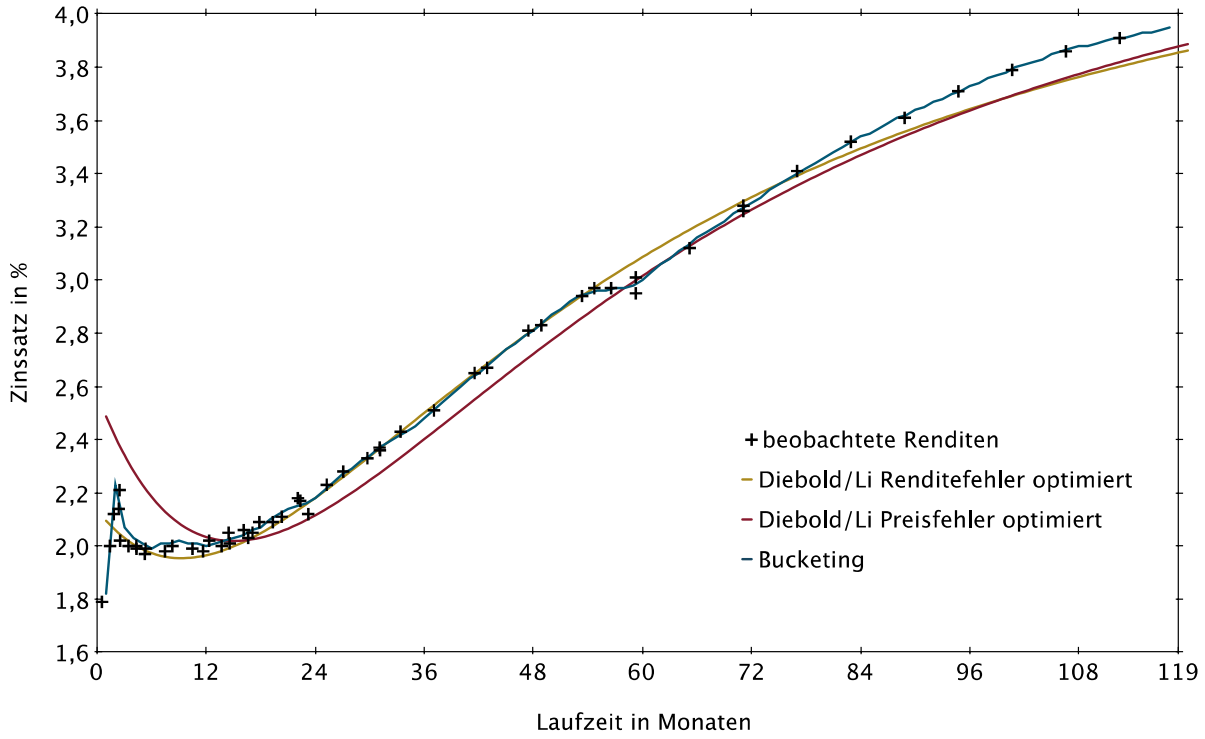


Abbildung 4.6: Schätzung mit beiden Verfahren am 30.06.2003

Beim Einsatz des Verfahrens nach Diebold/Li muss immer entschieden werden, ob man die Rendite- oder die Preisfehler minimieren will. Diese Entscheidung hängt maßgeblich von der Anwendung der modellierten Diskontierungs- bzw. Zinsstruktur ab. Für Fragestellungen der Bewertung ist die Optimierung auf Preisfehler vorzuziehen, um die Fehler bei der Bewertung möglichst gering zu halten. Stehen makroökonomische Fragestellungen bei der Ermittlung der Zinsstruktur im Vordergrund, ist dahingegen die Optimierung auf Renditefehler zu bevorzugen. Hierdurch werden Einflüsse, die durch die Verzerrung des Zusammenhanges zwischen Rendite und Preis im sehr kurzen Laufzeitbereich entstehen können, vermieden.

Beim Einsatz der beiden Verfahren muss man die jeweiligen Beschränkungen und Schwachstellen kennen, um optimale Ergebnisse erzielen zu können. Die Qualität der Ergebnisse beim Bucketing-Verfahren wird maßgeblich durch die Wahl der Zeitstruktur beeinflusst. Diese sollte möglichst genau auf die Verteilung der beobachteten Renditen abgestimmt sein und so fein wie möglich sein. Durch die Wahl von unterschiedlichen Zeitschritten in den einzelnen Laufzeitbereichen lässt sich das Ergebnis weiter verbessern.

Die vorherrschende Einschränkung der Modellierung nach Diebold/Li ist die mangelnde Darstellungsfähigkeit von mehreren lokalen Minima und Maxima. In Marktphasen, wo eine solche Zinsstruktur vorliegt, müssen diese Effekte erkannt werden und gegebenenfalls auf die Bucketing Methode zurückgegriffen werden.

Abschließend lässt sich feststellen, dass beide Verfahren ihre Stärken und Schwächen haben, in der Regel aber brauchbare Ergebnisse liefern und somit auch beide in der Praxis zur Anwendung kommen können. Welches Verfahren für eine bestimmte Aufgabe verwendet wird, sollte auf die Anforderungen sowie die jeweilige Marktlage abgestimmt werden.

5 Praxisrelevanz

In dem folgenden Abschnitt sollen die praktischen Anwendungen der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Methoden zur Modellierung der Zinsstrukturkurve vorgestellt werden. Aus den vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten werden nur einige Beispiele näher vorgestellt. Zuerst wird die Vorgehensweise der Zentralbanken bei der Ermittlung und Veröffentlichung der Zinsstrukturkurve vorgestellt. Im Anschluss daran wird aufgezeigt, wie wichtig eine kontinuierliche Diskontierungs- bzw. Zinsstrukturkurve bei der Bewertung von Finanzprodukten ist. Zum Abschluss wird noch auf die Bedeutung der Prognose der zukünftigen Zinsstruktur eingegangen.

5.1 Einsatz bei Zentralbanken

Sowohl die Zentralbanken der einzelnen Länder als auch die Bank for International Settlements (BIS) veröffentlichen regelmäßig Daten zur Zinsstruktur. Die Veröffentlichungen der meisten Zentralbanken erfolgen dabei täglich. Die Ergebnisse werden dabei auch an die BIS Data Bank weitergeleitet und stehen dort zum Abruf bereit. Die Länder, bei denen das Verfahren nach Nelson/Siegel oder Svensson zum Einsatz kommt, melden zudem nicht nur geschätzte Spot Rates für ausgewählte Laufzeiten, sondern auch die Parameter die zur Ermittlung benutzt wurden. So ist es möglich, Spot Rates für jeden beliebigen Zeitpunkt zu berechnen.

Wie in Tabelle 5.1 zu sehen, lassen sich die verwendeten Verfahren in zwei Klassen einteilen: zum einen die Verfahren die auf Nelson/Siegel basieren und zum anderen die Spline Verfahren. Ein Spline ist eine Funktion die aus mehreren Polynomen zusammengesetzt ist. Durch die stückweise Definition sind sie flexibler als Polynome, dabei aber dennoch relativ einfach und glatt. Ebenso treten bei Splines nicht die die typischen Probleme von Polynomen höheren Grades auf, die an den Intervallgrenzen meist starke Oszillationen aufweisen. Die Verfahren nach Nelson/Siegel bzw. Svensson sind bei den Zentralbanken am weitesten verbreitet. Bei einigen Zentralbanken werden auch Verfahren mit Splines eingesetzt. Bei der Methoden der Fehleroptimierung ist die Optimierung auf Preisfehler weiter verbreitet als die Optimierung auf Renditefehler. Auf Grund der Tatsache, dass die Randbereiche der Zinsstrukturkurve, also der sehr kurze und sehr lange Laufzeitbereich, besonders anspruchsvoll zu modellieren sind, haben einige Zentralbanken den Laufzeitbereich, den ihre Schätzungen abdecken, eingegrenzt. So werden oftmals keine Spot Rates für Laufzeiten über 10 Jahren und unter einem Jahr geschätzt. Dies hängt auch von dem betrachteten Markt ab. Ist der beobachtete Markt auch im sehr kurzen und sehr langen Laufzeitbereich liquide und bietet eine ausreichende Auswahl an Wertpapieren, so ist auch dort eine zuverlässige Modellierung möglich (BIS Monetary and Economic Department 2005, S. xi-xii).

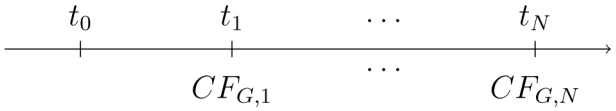
Land	Methode	Optimierung	Laufzeitbereich
Belgien	Svensson oder Nelson/Siegel	Weighted Prices	wenige Tage bis 16 Jahre
Großbritannien	Variable Roughness Penalty	Yields	bis 30 Jahre
Deutschland	Svensson	Yields	1 bis 10 Jahre
Finnland	Nelson/Siegel	Weighted Prices	1 bis 12 Jahre
Frankreich	Svensson oder Nelson/Siegel	Weighted Prices	bis 10 Jahre
Italien	Nelson/Siegel	Weighted Prices	bis 30 Jahre
Japan	Smoothing Splines	Prices	1 bis 10 Jahre
Kanada	Merill Lynch Exponential Spline	Weighted Prices	3 Monate bis 30 Jahre
Norwegen	Svensson	Yields	bis 10 Jahre
Spanien	Svensson	Weighted Prices	bis 10 Jahre
Schweden	Smoothing Splines und Svensson	Yields	bis 10 Jahre
Schweiz	Svensson	Yields	1 bis 30 Jahre
USA	Smoothing Splines	Weighted Prices	wenige Tage bis 10 Jahre

Tabelle 5.1: Ermittlung der Zinsstrukturkurve bei ausgesuchten Zentralbanken (Quelle: Bank for International Settlements)

5.2 Einsatz bei der Bewertung von Finanzprodukten

Finanzprodukte werden zur Bewertung in verschiedene Klassen unterteilt. Sie unterscheiden sich in der Informationslage zu den Zahlungen der einzelnen Produkte. Die Zahlungen von Finanzprodukten der *sicheren* Klasse sind informationssicher. Das heißt sowohl der Zeitpunkt als auch die Höhe der einzelnen Zahlungen sind im Voraus bekannt. Die Finanzprodukte der *unsicheren* Klasse lassen sich weiterhin darin unterscheiden, ob zur Bewertung eine stochastische Modellbildung erforderlich ist. Die Zahlungen von Finanzprodukten der unsicheren Klasse sind informationsunsicher. Der Zeitpunkt und die Höhe der Zahlungen sind demnach im Voraus nicht bekannt. Im Rahmen dieser kurzen Betrachtung der Bewertung von Finanzprodukten werden nur Finanzprodukte der sicheren und der unsicheren Klasse ohne stochastische Modellbildung betrachtet.

Die Bewertung von Finanzprodukten der sicheren Klasse erfolgt in drei Schritten. In einem ersten Schritt werden bekannte Cashflows des Produktes in der Cashflow-Darstellung aufgestellt.



Im nächsten Schritt wird die Diskontierungsstruktur $\mathbf{DF}^{T} = (DF_1,...,DF_N)$ mit Hilfe des Bucketing Verfahrens oder nach der Methode von Nelson/Siegel bestimmt. Im letzten Schritt lässt sich dann der Barwert mit Hilfe des Diskontierungsverfahrens berechnen.

$$PV(G) = \sum_{n=1}^{N} CF_{G,n} \cdot DF_n \qquad (5.1)$$

Für Produkte der unsicheren Klasse ohne stochastische Modellbildung, also Produkte, deren Zahlungen informationsunsicher sind und diese Unsicherheit nur von dem zukünftigen Zinssatz abhängt, kann für bestimmte Produktklassen (Swaps, Forward Rate Agreements und Floating Rate Notes) die Bewertung mit Hilfe der Forward Technik erfolgen. Der unsichere Cashflow $CF_{G,n}$, der vom im Zeitpunkt t_0 unbekannten, Zinssatz $r_{k,n}$ abhängig ist, kann durch die Substitution von $r_{k,n}$ (der am Anfang der Zinsperiode (t_k,t_n) festgestellt und am Ende gezahlt wird) durch $f_{k,n}$ informationssicher gemacht werden. Das heißt, die im Zeitpunkt t_0 unbekannte, zukünftige Spot Rate wird durch die bekannte, implizite Forward Rate ersetzt. Die anschließende Bewertung erfolgt wie zuvor mit Hilfe des Diskontierungsverfahrens.

$$PV(G) = \sum_{n=1}^{N} CF(t_n, G, r \to f) \cdot DF_n \qquad (5.2)$$

Eine kontinuierliche Diskontierungsstruktur ist somit für die Bewertung von einer großen Anzahl von Finanzprodukten unerlässlich. Die möglichst zuverlässige Bestimmung der Diskontierungsstruktur hat daher in der Finanzpraxis eine große Bedeutung.

5.3 Prognose der Zinsstruktur

Bisher lag der Fokus dieser Arbeit auf dem möglichst genauen Abbilden der momentanen Zinsstruktur. Eine weitere Anforderung in der Praxis ist jedoch die Prognose der zukünftigen Zinsstruktur. Dies ist nicht nur für Investitionsentscheidungen, sondern auch im Risikomanagement oder bei makroökonomischen Fragestellungen von großer Bedeutung. Trotz dieser Bedeutung gab es bis zur Arbeit von Diebold/Li nur wenig überzeugende Prognose-Ansätze. Diese Ansätze liefern bei der out-of-sample Prognose nur ungenügende Resultate. Die nachfolgende Vorstellung der Prognose nach Diebold/Li soll nur einen kurzen Einblick in die Thematik geben und das Thema nicht abschließend behandeln.

Der neuartige Ansatz von Diebold/Li besteht darin, dass nicht die Zinsstruktur an sich, sondern die Parameter des Nelson/Siegel Modells jeweils für sich als Zeitreihe betrachtet werden. Diese drei Zeitreihen werden dann jeweils als univariater autoregressiver Prozess erster Ordnung (AR(1) Prozess) modelliert. Somit werden nicht mehr direkt zukünftige Renditen, sondern Parameter für das Nelson/Siegel Modell prognostiziert, aus denen dann die entsprechende prognostizierte Rendite berechnet werden kann. Der Grundgedanke bei autoregressiven Prozessen ist, dass sich eine Zeitreihe vollständig aus sich selbst erklärt und dass die zu erklärende abhängige Variable zeitverzögert als erklärende unabhängige Variable verwendet wird.

Der AR(1) Prozess für die Parameter wird geschrieben als

$$\hat{\beta}_{i,t+h} = \hat{c}_i + \hat{\gamma}_i \hat{\beta}_{i,t} \text{ für } i = 0, 1, 2 \qquad (5.3)$$

wobei die Parameter $\hat{c}_i$ und γ_i durch Regression aus den Zeitreihen der drei Nelson/Siegel Parameter β_0, β_1 und β_2 bestimmt werden. Mit diesem neuartigen Ansatz ist es Diebold/Li gelungen, die Prognosefehler, insbesondere bei größeren Prognosehorizonten, gegenüber früheren Methoden signifikant zu verringern.

6 Zusammenfassung der Ergebnisse

Aus den verschiedenen Verfahren zur Modellierung einer kontinuierlichen Zinsstrukturkurve wurden im Rahmen dieser Arbeit zwei Verfahren betrachtet. Die auf der Diskontierungsstruktur basierende Bucketing Methode und das auf der Zinsstruktur basierende Verfahren nach Nelson/Siegel mit seinen Erweiterungen wurden hergeleitet und vorgestellt. In dem empirischen Vergleich der beiden Methoden anhand von Daten aus dem Markt für deutsche Bundeswertpapiere von 1999 bis 2010 wurde deutlich, dass beide Verfahren brauchbare Ergebnisse liefern. Jedoch haben sie ihre eigenen Stärken und Schwächen.

Das Bucketing Verfahren kann mehrere lokale Maxima und Minima innerhalb der Zinsstruktur darstellen, hat aber bei einer knappen Datenlage und bei extrem steilen Anstiegen der Zinsstruktur im sehr kurzen Laufzeitbereich Probleme mit der Modellierung. Das Verfahren nach Diebold/Li funktioniert hingegen auch bei einem Markt mit wenigen Wertpapieren gut, kann aber dafür nur ein Maximum bzw. Minimum innerhalb der Zinsstruktur darstellen.

Somit haben durchaus beide Methoden ihre Daseinsberechtigung und es ist in Abhängigkeit von der jeweiligen Marktlage und der zugrundeliegenden Fragestellung zu entscheiden, welches der beiden Verfahren zum Einsatz kommt. In Marktlagen, wo die Zinsstruktur einen sehr unregelmäßigen Verlauf aufweist, ist die Bucketing Methode vorzuziehen, wohingegen in Situationen mit einem starken Anstieg der Zinsstruktur im kurzen Laufzeitbereich die Modellierung nach Diebold/Li zu bevorzugen ist.

Darüber hinaus spielt bei der Modellierung nach Diebold/Li die Frage, ob nach Preis- oder Renditefehlern minimiert wird, eine entscheidende Rolle. Auch hier ist die Wahl von der Verwendung der Ergebnisse abhängig. Für Fragestellungen der Bewertung ist die Minimierung der Preisfehler zu wählen, für makroökonomische Aufgaben ist hingegen die Minimierung der Renditefehler vorteilhafter.

In der Finanzpraxis hat die Modellierung einer kontinuierlichen Zinsstruktur eine elementare Bedeutung. Die meisten Zentralbanken veröffentlichen täglich ihre Schätzungen zum Verlauf der Zinsstruktur und nutzen dazu in vielen Fällen die vorgestellte Modellierung nach Nelson/Siegel bzw. Svensson. Die Bucketing Methode kommt in diesem Bereich zur Zeit nicht zum Einsatz.

Mit Hilfe einer kontinuierlichen Zins- bzw. Diskontierungsstruktur lassen sich eine große Anzahl von Finanzprodukten bewerten. Eine möglichst genaue Modellierung ist hier unverzichtbar. Dadurch ist nicht nur die Bewertung von Produkten mit informationssicheren Zahlungen möglich, sondern mit der Forward Technik sogar die Bewertung von Produkten, deren Zahlungen auf Grund von zukünftigen Zinssätzen informationsunsicher sind.

Einen immer größeren Stellenwert nimmt nicht nur die Modellierung der aktuellen Zinsstruktur, sondern auch die Prognose von zukünftigen Zinsstrukturen ein. Hier haben Diebold/Li mit ihrer Arbeit einen entscheidenden Beitrag zur Verbesserung der Prognosen geleistet.

Literaturverzeichnis

BIS Monetary and Economic Department (2005), 'Zero-coupon yield curves: technical documentation', BIS Papers (25).

Cremers, H. (1998), Stochastik für Banker, 1. Aufl., Bankakademie-Verlag GmbH.

Cremers, H. (1999), Mathematik und Stochastik für Banker, 2. erweiterte Aufl., Bankakademie-Verlag GmbH.

Cremers, H. und Schwarz, W. (1999), 'Interpolation of Discount Factors', Arbeitsberichte der Hochschule für Bankwirtschaft (2).

Diebold, F. X. und Li, C. (2006), 'Forecasting the term structure of government bond yields', Journal of Econometrics 130, 337–364.

Durand, D. (1942), 'Basic Yields of Corporate Bonds, 1900-1942', National Bureau of Economic Research Technical Paper Series (3).

Nelson, C. R. und Siegel, A. F. (1987), 'Parsimonious modeling of yield curves', The Journal of Business 60(4), 473–489.

Svensson, L. E. O. (1994), 'Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994', National Bureau of Economic Research Working Paper Series (4871).

FRANKFURT SCHOOL / HFB – WORKING PAPER SERIES

No.	Author/Title	Year
164.	Roßbach, Peter / Karlow, Denis The Stability of Traditional Measures of Index Tracking Quality	2011
163.	Libman, Alexander / Herrmann-Pillath, Carsten / Yarav, Gaudav Are Human Rights and Economic Well-Being Substitutes? Evidence from Migration Patterns across the Indian States	2011
162.	Herrmann-Pillath, Carsten / Andriani, Pierpaolo Transactional Innovation and the De-commoditization of the Brazilian Coffee Trade	2011
161.	Christian Büchler, Marius Buxkaemper, Christoph Schalast, Gregor Wedell Incentivierung des Managements bei Unternehmenskäufen/Buy-Outs mit Private Equity Investoren – eine empirische Untersuchung –	2011
160.	Herrmann-Pillath, Carsten Revisiting the Gaia Hypothesis: Maximum Entropy, Kauffman´s "Fourth Law" and Physiosemeiosis	2011
159.	Herrmann-Pillath, Carsten A 'Third Culture' in Economics? An Essay on Smith, Confucius and the Rise of China	2011
158.	Boeing. Philipp / Sandner, Philipp The Innovative Performance of China's National Innovation System	2011
157.	Herrmann-Pillath, Carsten Institutions, Distributed Cognition and Agency: Rule-following as Performative Action	2011
156.	Wagner, Charlotte From Boom to Bust: How different has microfinance been from traditional banking?	2010
155.	Libman Alexander / Vinokurov, Evgeny Is it really different? Patterns of Regionalisation in the Post-Soviet Central Asia	2010
154.	Libman, Alexander Subnational Resource Curse: Do Economic or Political Institutions Matter?	2010
153.	Herrmann-Pillath, Carsten Meaning and Function in the Theory of Consumer Choice: Dual Selves in Evolving Networks	2010
152.	Kostka, Genia / Hobbs, William Embedded Interests and the Managerial Local State: Methanol Fuel-Switching in China	2010
151.	Kostka, Genia / Hobbs, William Energy Efficiency in China: The Local Bundling of Interests and Policies	2010
150.	Umber, Marc P. / Grote, Michael H. / Frey, Rainer Europe Integrates Less Than You Think. Evidence from the Market for Corporate Control in Europe and the US	2010
149.	Vogel, Ursula / Winkler, Adalbert Foreign banks and financial stability in emerging markets: evidence from the global financial crisis	2010
148.	Libman, Alexander Words or Deeds – What Matters? Experience of Decentralization in Russian Security Agencies	2010
147.	Kostka, Genia / Zhou, Jianghua Chinese firms entering China's low-income market: Gaining competitive advantage by partnering governments	2010
146.	Herrmann-Pillath, Carsten Rethinking Evolution, Entropy and Economics: A triadic conceptual framework for the Maximum Entropy Principle as applied to the growth of knowledge	2010
145.	Heidorn, Thomas / Kahlert, Dennis Implied Correlations of iTraxx Tranches during the Financial Crisis	2010
144	Fritz-Morgenthal, Sebastian G. / Hach, Sebastian T. / Schalast, Christoph M&A im Bereich Erneuerbarer Energien	2010
143.	Birkmeyer, Jörg / Heidorn, Thomas / Rogalski, André Determinanten von Banken-Spreads während der Finanzmarktkrise	2010
142.	Bannier, Christina E. / Metz, Sabrina Are SMEs large firms en miniature? Evidence from a growth analysis	2010
141.	Heidorn, Thomas / Kaiser, Dieter G. / Voinea, André The Value-Added of Investable Hedge Fund Indices	2010

140.	Herrmann-Pillath, Carsten The Evolutionary Approach to Entropy: Reconciling Georgescu-Roegen's Natural Philosophy with the Maximum Entropy Framework	2010
139.	Heidorn, Thomas / Löw, Christian / Winker, Michael Funktionsweise und Replikationstil europäischer Exchange Traded Funds auf Aktienindices	2010
138.	Libman, Alexander Constitutions, Regulations, and Taxes: Contradictions of Different Aspects of Decentralization	2010
137.	Herrmann-Pillath, Carsten / Libman, Alexander / Yu, Xiaofan State and market integration in China: A spatial econometrics approach to 'local protectionism'	2010
136.	Lang, Michael / Cremers, Heinz / Hentze, Rainald Ratingmodell zur Quantifizierung des Ausfallrisikos von LBO-Finanzierungen	2010
135.	Bannier, Christina / Feess, Eberhard When high-powered incentive contracts reduce performance: Choking under pressure as a screening device	2010
134.	Herrmann-Pillath, Carsten Entropy, Function and Evolution: Naturalizing Peircian Semiosis	2010
133.	Bannier, Christina E. / Behr, Patrick / Güttler, Andre Rating opaque borrowers: why are unsolicited ratings lower?	2009
132.	Herrmann-Pillath, Carsten Social Capital, Chinese Style: Individualism, Relational Collectivism and the Cultural Embeddedness of the Institutions-Performance Link	2009
131.	Schäffler, Christian / Schmaltz, Christian Market Liquidity: An Introduction for Practitioners	2009
130.	Herrmann-Pillath, Carsten Dimensionen des Wissens: Ein kognitiv-evolutionärer Ansatz auf der Grundlage von F.A. von Hayeks Theorie der „Sensory Order"	2009
129.	Hankir, Yassin / Rauch, Christian / Umber, Marc It's the Market Power, Stupid! – Stock Return Patterns in International Bank M&A	2009
128.	Herrmann-Pillath, Carsten Outline of a Darwinian Theory of Money	2009
127.	Cremers, Heinz / Walzner, Jens Modellierung des Kreditrisikos im Portfoliofall	2009
126.	Cremers, Heinz / Walzner, Jens Modellierung des Kreditrisikos im Einwertpapierfall	2009
125.	Heidorn, Thomas / Schmaltz, Christian Interne Transferpreise für Liquidität	2009
124.	Bannier, Christina E. / Hirsch, Christian The economic function of credit rating agencies - What does the watchlist tell us?	2009
123.	Herrmann-Pillath, Carsten A Neurolinguistic Approach to Performativity in Economics	2009
122.	Winkler, Adalbert / Vogel, Ursula Finanzierungsstrukturen und makroökonomische Stabilität in den Ländern Südosteuropas, der Türkei und in den GUS-Staaten	2009
121.	Heidorn, Thomas / Rupprecht, Stephan Einführung in das Kapitalstrukturmanagement bei Banken	2009
120.	Rossbach, Peter Die Rolle des Internets als Informationsbeschaffungsmedium in Banken	2009
119.	Herrmann-Pillath, Carsten Diversity Management und diversi-tätsbasiertes Controlling: Von der „Diversity Scorecard" zur „Open Balanced Scorecard	2009
118.	Hölscher, Luise / Clasen, Sven Erfolgsfaktoren von Private Equity Fonds	2009
117.	Bannier, Christina E. Is there a hold-up benefit in heterogeneous multiple bank financing?	2009
116.	Roßbach, Peter / Gießamer, Dirk Ein eLearning-System zur Unterstützung der Wissensvermittlung von Web-Entwicklern in Sicherheitsthemen	2009
115.	Herrmann-Pillath, Carsten Kulturelle Hybridisierung und Wirtschaftstransformation in China	2009
114.	Schalast, Christoph: Staatsfonds – „neue" Akteure an den Finanzmärkten?	2009

113.	Schalast, Christoph / Alram, Johannes Konstruktion einer Anleihe mit hypothekarischer Besicherung	2009
112.	Schalast, Christoph / Bolder, Markus / Radünz, Claus / Siepmann, Stephanie / Weber, Thorsten Transaktionen und Servicing in der Finanzkrise: Berichte und Referate des Frankfurt School NPL Forums 2008	2009
111.	Werner, Karl / Moormann, Jürgen Efficiency and Profitability of European Banks – How Important Is Operational Efficiency?	2009
110.	Herrmann-Pillath, Carsten Moralische Gefühle als Grundlage einer wohlstandschaffenden Wettbewerbsordnung: Ein neuer Ansatz zur erforschung von Sozialkapital und seine Anwendung auf China	2009
109.	Heidorn, Thomas / Kaiser, Dieter G. / Roder, Christoph Empirische Analyse der Drawdowns von Dach-Hedgefonds	2009
108.	Herrmann-Pillath, Carsten Neuroeconomics, Naturalism and Language	2008
107.	Schalast, Christoph / Benita, Barten Private Equity und Familienunternehmen – eine Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung deutscher Maschinen- und Anlagenbauunternehmen	2008
106.	Bannier, Christina E. / Grote, Michael H. Equity Gap? – Which Equity Gap? On the Financing Structure of Germany's Mittelstand	2008
105.	Herrmann-Pillath, Carsten The Naturalistic Turn in Economics: Implications for the Theory of Finance	2008
104.	Schalast, Christoph (Hrgs.) / Schanz, Kay-Michael / Scholl, Wolfgang Aktionärsschutz in der AG falsch verstanden? Die Leica-Entscheidung des LG Frankfurt am Main	2008
103.	Bannier, Christina E./ Müsch, Stefan Die Auswirkungen der Subprime-Krise auf den deutschen LBO-Markt für Small- und MidCaps	2008
102.	Cremers, Heinz / Vetter, Michael Das IRB-Modell des Kreditrisikos im Vergleich zum Modell einer logarithmisch normalverteilten Verlustfunktion	2008
101.	Heidorn, Thomas / Pleißner, Mathias Determinanten Europäischer CMBS Spreads. Ein empirisches Modell zur Bestimmung der Risikoaufschläge von Commercial Mortgage-Backed Securities (CMBS)	2008
100.	Schalast, Christoph (Hrsg.) / Schanz, Kay-Michael Schaeffler KG/Continental AG im Lichte der CSX Corp.-Entscheidung des US District Court for the Southern District of New York	2008
99.	Hölscher, Luise / Haug, Michael / Schweinberger, Andreas Analyse von Steueramnestiedaten	2008
98.	Heimer, Thomas / Arend, Sebastian The Genesis of the Black-Scholes Option Pricing Formula	2008
97.	Heimer, Thomas / Hölscher, Luise / Werner, Matthias Ralf Access to Finance and Venture Capital for Industrial SMEs	2008
96.	Böttger, Marc / Guthoff, Anja / Heidorn, Thomas Loss Given Default Modelle zur Schätzung von Recovery Rates	2008
95.	Almer, Thomas / Heidorn, Thomas / Schmaltz, Christian The Dynamics of Short- and Long-Term CDS-spreads of Banks	2008
94.	Barthel, Erich / Wollersheim, Jutta Kulturunterschiede bei Mergers & Acquisitions: Entwicklung eines Konzeptes zur Durchführung einer Cultural Due Diligence	2008
93.	Heidorn, Thomas / Kunze, Wolfgang / Schmaltz, Christian Liquiditätsmodellierung von Kreditzusagen (Term Facilities and Revolver)	2008
92.	Burger, Andreas Produktivität und Effizienz in Banken – Terminologie, Methoden und Status quo	2008
91.	Löchel, Horst / Pecher, Florian The Strategic Value of Investments in Chinese Banks by Foreign Financial Insitutions	2008
90.	Schalast, Christoph / Morgenschweis, Bernd / Sprengetter, Hans Otto / Ockens, Klaas / Stachuletz, Rainer / Safran, Robert Der deutsche NPL Markt 2007: Aktuelle Entwicklungen, Verkauf und Bewertung – Berichte und Referate des NPL Forums 2007	2008
89.	Schalast, Christoph / Stralkowski, Ingo 10 Jahre deutsche Buyouts	2008

88.	Bannier, Christina E./ Hirsch, Christian The Economics of Rating Watchlists: Evidence from Rating Changes	2007
87.	Demidova-Menzel, Nadeshda / Heidorn, Thomas Gold in the Investment Portfolio	2007
86.	Hölscher, Luise / Rosenthal, Johannes Leistungsmessung der Internen Revision	2007
85.	Bannier, Christina / Hänsel, Dennis Determinants of banks' engagement in loan securitization	2007
84.	Bannier, Christina “Smoothing“ versus “Timeliness“ - Wann sind stabile Ratings optimal und welche Anforderungen sind an optimale Berichtsregeln zu stellen?	2007
83.	Bannier, Christina E. Heterogeneous Multiple Bank Financing: Does it Reduce Inefficient Credit-Renegotiation Incidences?	2007
82.	Cremers, Heinz / Löhr, Andreas Deskription und Bewertung strukturierter Produkte unter besonderer Berücksichtigung verschiedener Marktszenarien	2007
81.	Demidova-Menzel, Nadeshda / Heidorn, Thomas Commodities in Asset Management	2007
80.	Cremers, Heinz / Walzner, Jens Risikosteuerung mit Kreditderivaten unter besonderer Berücksichtigung von Credit Default Swaps	2007
79.	Cremers, Heinz / Traughber, Patrick Handlungsalternativen einer Genossenschaftsbank im Investmentprozess unter Berücksichtigung der Risikotragfähigkeit	2007
78.	Gerdesmeier, Dieter / Roffia, Barbara Monetary Analysis: A VAR Perspective	2007
77.	Heidorn, Thomas / Kaiser, Dieter G. / Muschiol, Andrea Portfoliooptimierung mit Hedgefonds unter Berücksichtigung höherer Momente der Verteilung	2007
76.	Jobe, Clemens J. / Ockens, Klaas / Safran, Robert / Schalast, Christoph Work-Out und Servicing von notleidenden Krediten – Berichte und Referate des HfB-NPL Servicing Forums 2006	2006
75.	Abrar, Kamyar / Schalast, Christoph Fusionskontrolle in dynamischen Netzsektoren am Beispiel des Breitbandkabelsektors	2006
74.	Schalast, Christoph / Schanz, Kay-Michael Wertpapierprospekte: Markteinführungspublizität nach EU-Prospektverordnung und Wertpapierprospektgesetz 2005	2006
73.	Dickler, Robert A. / Schalast, Christoph Distressed Debt in Germany: What´s Next? Possible Innovative Exit Strategies	2006
72.	Belke, Ansgar / Polleit, Thorsten How the ECB and the US Fed set interest rates	2006
71.	Heidorn, Thomas / Hoppe, Christian / Kaiser, Dieter G. Heterogenität von Hedgefondsindizes	2006
70.	Baumann, Stefan / Löchel, Horst The Endogeneity Approach of the Theory of Optimum Currency Areas - What does it mean for ASEAN + 3?	2006
69.	Heidorn, Thomas / Trautmann, Alexandra Niederschlagsderivate	2005
68.	Heidorn, Thomas / Hoppe, Christian / Kaiser, Dieter G. Möglichkeiten der Strukturierung von Hedgefondsportfolios	2005
67.	Belke, Ansgar / Polleit, Thorsten (How) Do Stock Market Returns React to Monetary Policy ? An ARDL Cointegration Analysis for Germany	2005
66.	Daynes, Christian / Schalast, Christoph Aktuelle Rechtsfragen des Bank- und Kapitalmarktsrechts II: Distressed Debt - Investing in Deutschland	2005
65.	Gerdesmeier, Dieter / Polleit, Thorsten Measures of excess liquidity	2005
64.	Becker, Gernot M. / Harding, Perham / Hölscher, Luise Financing the Embedded Value of Life Insurance Portfolios	2005
63.	Schalast, Christoph Modernisierung der Wasserwirtschaft im Spannungsfeld von Umweltschutz und Wettbewerb – Braucht Deutschland eine Rechtsgrundlage für die Vergabe von Wasserversorgungskonzessionen? –	2005
62.	Bayer, Marcus / Cremers, Heinz / Kluß, Norbert Wertsicherungsstrategien für das Asset Management	2005
61.	Löchel, Horst / Polleit, Thorsten A case for money in the ECB monetary policy strategy	2005

60.	Richard, Jörg / Schalast, Christoph / Schanz, Kay-Michael Unternehmen im Prime Standard - „Staying Public“ oder „Going Private“? - Nutzenanalyse der Börsennotiz -	2004
59.	Heun, Michael / Schlink, Torsten Early Warning Systems of Financial Crises - Implementation of a currency crisis model for Uganda	2004
58.	Heimer, Thomas / Köhler, Thomas Auswirkungen des Basel II Akkords auf österreichische KMU	2004
57.	Heidorn, Thomas / Meyer, Bernd / Pietrowiak, Alexander Performanceeffekte nach Directors´Dealings in Deutschland, Italien und den Niederlanden	2004
56.	Gerdesmeier, Dieter / Roffia, Barbara The Relevance of real-time data in estimating reaction functions for the euro area	2004
55.	Barthel, Erich / Gierig, Rauno / Kühn, Ilmhart-Wolfram Unterschiedliche Ansätze zur Messung des Humankapitals	2004
54.	Anders, Dietmar / Binder, Andreas / Hesdahl, Ralf / Schalast, Christoph / Thöne, Thomas Aktuelle Rechtsfragen des Bank- und Kapitalmarktrechts I : Non-Performing-Loans / Faule Kredite - Handel, Work-Out, Outsourcing und Securitisation	2004
53.	Polleit, Thorsten The Slowdown in German Bank Lending – Revisited	2004
52.	Heidorn, Thomas / Siragusano, Tindaro Die Anwendbarkeit der Behavioral Finance im Devisenmarkt	2004
51.	Schütze, Daniel / Schalast, Christoph (Hrsg.) Wider die Verschleuderung von Unternehmen durch Pfandversteigerung	2004
50.	Gerhold, Mirko / Heidorn, Thomas Investitionen und Emissionen von Convertible Bonds (Wandelanleihen)	2004
49.	Chevalier, Pierre / Heidorn, Thomas / Krieger, Christian Temperaturderivate zur strategischen Absicherung von Beschaffungs- und Absatzrisiken	2003
48.	Becker, Gernot M. / Seeger, Norbert Internationale Cash Flow-Rechnungen aus Eigner- und Gläubigersicht	2003
47.	Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M. Notes on convexity and quanto adjustments for interest rates and related options	2003
46.	Hess, Dieter Determinants of the relative price impact of unanticipated Information in U.S. macroeconomic releases	2003
45.	Cremers, Heinz / Kluß, Norbert / König, Markus Incentive Fees. Erfolgsabhängige Vergütungsmodelle deutscher Publikumsfonds	2003
44.	Heidorn, Thomas / König, Lars Investitionen in Collateralized Debt Obligations	2003
43.	Kahlert, Holger / Seeger, Norbert Bilanzierung von Unternehmenszusammenschlüssen nach US-GAAP	2003
42.	Beiträge von Studierenden des Studiengangs BBA 012 unter Begleitung von Prof. Dr. Norbert Seeger Rechnungslegung im Umbruch - HGB-Bilanzierung im Wettbewerb mit den internationalen Standards nach IAS und US-GAAP	2003
41.	Overbeck, Ludger / Schmidt, Wolfgang Modeling Default Dependence with Threshold Models	2003
40.	Balthasar, Daniel / Cremers, Heinz / Schmidt, Michael Portfoliooptimierung mit Hedge Fonds unter besonderer Berücksichtigung der Risikokomponente	2002
39.	Heidorn, Thomas / Kantwill, Jens Eine empirische Analyse der Spreadunterschiede von Festsatzanleihen zu Floatern im Euroraum und deren Zusammenhang zum Preis eines Credit Default Swaps	2002
38.	Böttcher, Henner / Seeger, Norbert Bilanzierung von Finanzderivaten nach HGB, EstG, IAS und US-GAAP	2003
37.	Moormann, Jürgen Terminologie und Glossar der Bankinformatik	2002
36.	Heidorn, Thomas Bewertung von Kreditprodukten und Credit Default Swaps	2001
35.	Heidorn, Thomas / Weier, Sven Einführung in die fundamentale Aktienanalyse	2001

34.	Seeger, Norbert International Accounting Standards (IAS)	2001
33.	Moormann, Jürgen / Stehling, Frank Strategic Positioning of E-Commerce Business Models in the Portfolio of Corporate Banking	2001
32.	Sokolovsky, Zbynek / Strohhecker, Jürgen Fit für den Euro, Simulationsbasierte Euro-Maßnahmenplanung für Dresdner-Bank-Geschäftsstellen	2001
31.	Roßbach, Peter Behavioral Finance - Eine Alternative zur vorherrschenden Kapitalmarkttheorie?	2001
30.	Heidorn, Thomas / Jaster, Oliver / Willeitner, Ulrich Event Risk Covenants	2001
29.	Biswas, Rita / Löchel, Horst Recent Trends in U.S. and German Banking: Convergence or Divergence?	2001
28.	Eberle, Günter Georg / Löchel, Horst Die Auswirkungen des Übergangs zum Kapitaldeckungsverfahren in der Rentenversicherung auf die Kapitalmärkte	2001
27.	Heidorn, Thomas / Klein, Hans-Dieter / Siebrecht, Frank Economic Value Added zur Prognose der Performance europäischer Aktien	2000
26.	Cremers, Heinz Konvergenz der binomialen Optionspreismodelle gegen das Modell von Black/Scholes/Merton	2000
25.	Löchel, Horst Die ökonomischen Dimensionen der ‚New Economy'	2000
24.	Frank, Axel / Moormann, Jürgen Grenzen des Outsourcing: Eine Exploration am Beispiel von Direktbanken	2000
23.	Heidorn, Thomas / Schmidt, Peter / Seiler, Stefan Neue Möglichkeiten durch die Namensaktie	2000
22.	Böger, Andreas / Heidorn, Thomas / Graf Waldstein, Philipp Hybrides Kernkapital für Kreditinstitute	2000
21.	Heidorn, Thomas Entscheidungsorientierte Mindestmargenkalkulation	2000
20.	Wolf, Birgit Die Eigenmittelkonzeption des § 10 KWG	2000
19.	Cremers, Heinz / Robé, Sophie / Thiele, Dirk Beta als Risikomaß - Eine Untersuchung am europäischen Aktienmarkt	2000
18.	Cremers, Heinz Optionspreisbestimmung	1999
17.	Cremers, Heinz Value at Risk-Konzepte für Marktrisiken	1999
16.	Chevalier, Pierre / Heidorn, Thomas / Rütze, Merle Gründung einer deutschen Strombörse für Elektrizitätsderivate	1999
15.	Deister, Daniel / Ehrlicher, Sven / Heidorn, Thomas CatBonds	1999
14.	Jochum, Eduard Hoshin Kanri / Management by Policy (MbP)	1999
13.	Heidorn, Thomas Kreditderivate	1999
12.	Heidorn, Thomas Kreditrisiko (CreditMetrics)	1999
11.	Moormann, Jürgen Terminologie und Glossar der Bankinformatik	1999
10.	Löchel, Horst The EMU and the Theory of Optimum Currency Areas	1998
09.	Löchel, Horst Die Geldpolitik im Währungsraum des Euro	1998
08.	Heidorn, Thomas / Hund, Jürgen Die Umstellung auf die Stückaktie für deutsche Aktiengesellschaften	1998
07.	Moormann, Jürgen Stand und Perspektiven der Informationsverarbeitung in Banken	1998
06.	Heidorn, Thomas / Schmidt, Wolfgang LIBOR in Arrears	1998

05.	Jahresbericht 1997	1998
04.	Ecker, Thomas / Moormann, Jürgen Die Bank als Betreiberin einer elektronischen Shopping-Mall	1997
03.	Jahresbericht 1996	1997
02.	Cremers, Heinz / Schwarz, Willi Interpolation of Discount Factors	1996
01.	Moormann, Jürgen Lean Reporting und Führungsinformationssysteme bei deutschen Finanzdienstleistern	1995

FRANKFURT SCHOOL / HFB – WORKING PAPER SERIES
CENTRE FOR PRACTICAL QUANTITATIVE FINANCE

No.	Author/Title	Year
28.	Beyna, Ingo / Wystup, Uwe Characteristic Functions in the Cheyette Interest Rate Model	2011
27.	Detering, Nils / Weber, Andreas / Wystup, Uwe Return distributions of equity-linked retirement plans	2010
26.	Veiga, Carlos / Wystup, Uwe Ratings of Structured Products and Issuers' Commitments	2010
25.	Beyna, Ingo / Wystup, Uwe On the Calibration of the Cheyette. Interest Rate Model	2010
24.	Scholz, Peter / Walther, Ursula Investment Certificates under German Taxation. Benefit or Burden for Structured Products' Performance	2010
23.	Esquível, Manuel L. / Veiga, Carlos / Wystup, Uwe Unifying Exotic Option Closed Formulas	2010
22.	Packham, Natalie / Schlögl, Lutz / Schmidt, Wolfgang M. Credit gap risk in a first passage time model with jumps	2009
21.	Packham, Natalie / Schlögl, Lutz / Schmidt, Wolfgang M. Credit dynamics in a first passage time model with jumps	2009
20.	Reiswich, Dimitri / Wystup, Uwe FX Volatility Smile Construction	2009
19.	Reiswich, Dimitri / Tompkins, Robert Potential PCA Interpretation Problems for Volatility Smile Dynamics	2009
18.	Keller-Ressel, Martin / Kilin, Fiodar Forward-Start Options in the Barndorff-Nielsen-Shephard Model	2008
17.	Griebsch, Susanne / Wystup, Uwe On the Valuation of Fader and Discrete Barrier Options in Heston's Stochastic Volatility Model	2008
16.	Veiga, Carlos / Wystup, Uwe Closed Formula for Options with Discrete Dividends and its Derivatives	2008
15.	Packham, Natalie / Schmidt, Wolfgang Latin hypercube sampling with dependence and applications in finance	2008
14.	Hakala, Jürgen / Wystup, Uwe FX Basket Options	2008
13.	Weber, Andreas / Wystup, Uwe Vergleich von Anlagestrategien bei Riesterrenten ohne Berücksichtigung von Gebühren. Eine Simulationsstudie zur Verteilung der Renditen	2008
12.	Weber, Andreas / Wystup, Uwe Riesterrente im Vergleich. Eine Simulationsstudie zur Verteilung der Renditen	2008
11.	Wystup, Uwe Vanna-Volga Pricing	2008
10.	Wystup, Uwe Foreign Exchange Quanto Options	2008

09.	Wystup, Uwe Foreign Exchange Symmetries	2008
08.	Becker, Christoph / Wystup, Uwe Was kostet eine Garantie? Ein statistischer Vergleich der Rendite von langfristigen Anlagen	2008
07.	Schmidt, Wolfgang Default Swaps and Hedging Credit Baskets	2007
06.	Kilin, Fiodar Accelerating the Calibration of Stochastic Volatility Models	2007
05.	Griebsch, Susanne/ Kühn, Christoph / Wystup, Uwe Instalment Options: A Closed-Form Solution and the Limiting Case	2007
04.	Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M. Interest Rate Convexity and the Volatility Smile	2006
03.	Becker, Christoph/ Wystup, Uwe On the Cost of Delayed Currency Fixing Announcements	2005
02.	Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M. Cross currency swap valuation	2004
01.	Wallner, Christian / Wystup, Uwe Efficient Computation of Option Price Sensitivities for Options of American Style	2004

HFB – SONDERARBEITSBERICHTE DER HFB - BUSINESS SCHOOL OF FINANCE & MANAGEMENT

No.	Author/Title	Year
01.	Nicole Kahmer / Jürgen Moormann Studie zur Ausrichtung von Banken an Kundenprozessen am Beispiel des Internet (Preis: € 120,--)	2003

Printed edition: € 25.00 + € 2.50 shipping

Download:
Working Paper: http://www.frankfurt-school.de/content/de/research/publications/list_of_publication/list_of_publication
CPQF: http://www.frankfurt-school.de/content/de/cpqf/research_publications.html

Order address / contact

Frankfurt School of Finance & Management
Sonnemannstr. 9 – 11 ▪ D – 60314 Frankfurt/M. ▪ Germany
Phone: +49 (0) 69 154 008 – 734 ▪ Fax: +49 (0) 69 154 008 – 728
eMail: e.lahdensuu@fs.de
Further information about Frankfurt School of Finance & Management
may be obtained at: http://www.fs.de