ECONSTOR

WWW.ECONSTOR.EU

Der Open-Access-Publikationsserver der ZBW – Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
The Open Access Publication Server of the ZBW – Leibniz Information Centre for Economics

Nippel, Peter

Working Paper

Investitionsrechnerische Bewertung von ausfallgefährdeten Krediten

Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 664

Provided in Cooperation with:
Christian-Albrechts-University of Kiel, Institute of Business Administration

Suggested Citation: Nippel, Peter (2016) : Investitionsrechnerische Bewertung von ausfallgefährdeten Krediten, Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 664

This Version is available at:
http://hdl.handle.net/10419/126257

Nutzungsbedingungen:
Die ZBW räumt Ihnen als Nutzerin/Nutzer das unentgeltliche, räumlich unbeschränkte und zeitlich auf die Dauer des Schutzrechts beschränkte einfache Recht ein, das ausgewählte Werk im Rahmen der unter
→ http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen
nachzulesenden vollständigen Nutzungsbedingungen zu vervielfältigen, mit denen die Nutzerin/der Nutzer sich durch die erste Nutzung einverstanden erklärt.

Terms of use:
The ZBW grants you, the user, the non-exclusive right to use the selected work free of charge, territorially unrestricted and within the time limit of the term of the property rights according to the terms specified at
→ http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen
By the first use of the selected work the user agrees and declares to comply with these terms of use.

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Manuskript aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel

Nr. 664

Januar 2016

Investitionsrechnerische Bewertung von ausfallgefährdeten Krediten

Peter Nippel*

Zusammenfassung

Mit diesem Beitrag soll ein grundlegender Zugang zur investitionsrechnerischen Bewertung von riskanten, ausfallgefährdeten Krediten geschaffen werden. Gegenübergestellt werden die Diskontierung von vereinbarten Zahlungen mit der Effektivverzinsung äquivalenter Kredite und die Diskontierung erwarteter Zahlungen aus dem Kredit mit risikoadäquaten Kapitalkosten. Dabei wird auch explizit zwischen Ausfallprämie und Risikoprämie i. e. S. unterschieden. Der angemessene Kapitalkostensatz enthält eine Risikoprämie i. e. S. Die bei Kreditvergabe mindestens zu fordernde Effektivverzinsung übersteigt den Kapitalkostensatz um die Ausfallprämie. Das Ausfallrisiko ist durch die (bedingten) periodenspezifischen Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallraten zu messen. Die allgemeine Darstellung der Bewertung in Abhängigkeit des Ausfallrisikos lässt serielle Korrelationen zwischen den Ausfallwahrscheinlichkeiten und Korrelationen zwischen Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallraten zu. Vereinfachende Annahmen zwecks Praktikabilität der Bewertung schließen solche Korrelationen dann jedoch aus. Mindestens zu fordernde Kreditkonditionen werden in Abhängigkeit vom Ausfallrisiko und dem Kapitalkostensatz analytisch bestimmt. Der Kreditkapitalkostensatz wiederum wird marktgleichgewichtsbezogen und in Relation zu den Gesamtkapitalkosten einer Bank als Kreditgeber bestimmt.

JEL-Classification: G12, G21, G31.

Keywords: Ausfallprämie; Ausfallrisiko; Effektivverzinsung; erwartete Rendite; Investitionsrechnung; Kapitalkosten; Kreditbewertung; Kreditfinanzierung; Risikoprämie.

Bond Valuation; Debt, Capital Budgeting; Default Premium; Default Risk; Expected Return; Cost of Debt; Risk Premium; Yield to Maturity.

* Prof. Dr. *Peter Nippel*, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Lehrstuhl für Finanzwirtschaft.

1 Einführung

Kredite und andere festverzinsliche Finanzierungstitel (wie insbesondere Anleihen) können bewertet werden, indem die zukünftigen Zins- und Tilgungszahlungen auf den heutigen Zeitpunkt diskontiert werden. Damit erfolgt eine investitionsrechnerische Barwertbestimmung. Diese Bewertung hat natürlich das Ausfallrisiko zu berücksichtigen.

Ziel dieses Beitrags ist eine Darstellung der grundsätzlichen Vorgehensweise bei der investitionsrechnerischen Bewertung von Krediten. Dabei werden zunächst die beiden möglichen Ansätze zur Berücksichtigung des Ausfallrisikos gegenübergestellt. Einerseits kann das Ausfallrisiko indirekt berücksichtigt werden, indem die *vereinbarten* Zins- und Tilgungszahlungen mit der Effektivverzinsung eines äquivalenten Zahlungsstroms diskontiert werden. Man benötigt hierfür den Marktpreis einer Kreditforderung (einer Anleihe) mit gleicher Laufzeit, gleichem Ausfallrisiko und gleicher Zahlungsstruktur, um daraus auf die am Markt geforderte, risikoadäquate Effektivverzinsung zu schließen. Anderseits kann das Ausfallrisiko auch direkt berücksichtigt werden, indem nicht die vereinbarten, sondern die *erwarteten* zukünftigen Zahlungen an den Kreditgeber diskontiert werden. Die erwarteten Zahlungen hängen von der Höhe des Ausfallrisikos ab. Zu diskontieren sind die erwarteten zukünftigen Zahlungen nicht mit einer Effektivverzinsung, sondern mit dem angemessenen Kapitalkostensatz. Während die als Diskontierungszinssatz zu verwendende geforderte Effektivverzinsung im erstgenannten Bewertungsansatz auf den vereinbarten Zahlungen eines äquivalenten Kredites basiert, stellen die Kapitalkosten die geforderte erwartete Rendite dar. Die Effektivverzinsung ist bei ausfallgefährdeten Krediten immer größer als der Kapitalkostensatz.

Die zukünftigen erwarteten Zahlungen an den Kreditgeber hängen von dem Ausfallrisiko ab, das wiederum insbesondere durch die zu schätzenden Parameter Ausfallwahrscheinlichkeit (*Probability of Default, PD*) und Ausfallrate (*Loss Given Default, LGD*) erfasst werden kann. Diese Parameter sind auch im Rahmen der Regulierung von institutionellen Kreditgebern (Banken), insbes. bei der Bemessung der erforderlichen Eigenmittelunterlegung von Bedeutung. Auch im Rahmen der externen Rechnungslegung, insbesondere nach internationalen Standards, sind Ausfallrisiken für die Bemessung von Wertberichtigungen explizit zu quantifizieren.[1]

[1] Dies gilt insbesondere für die Bewertung von Kreditforderungen nach IFRS 9 zu fortgeführten Anschaffungskosten, wobei eine Risikovorsorge für erwartete Verluste zu bilden ist, vgl. *IASB* (2014a)

Da also zumindest Banken nicht ohne eine mehr oder weniger explizite Schätzung von Ausfallrisiken, in Form der Parameter Ausfallwahrscheinlichkeit (PD) und Ausfallrate (LGD), auskommen, können diese auch bei der ökonomischen Bewertung von Krediten anhand des Barwertes erwarteter zukünftiger Zahlungen verwendet werden. Wie diese Barwertberechnung unter Verwendung der zu schätzenden Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallraten im Allgemeinen und unter mehr oder weniger vereinfachenden Annahmen erfolgen kann, soll hier daher ausführlich dargestellt werden. Dabei beschränkt sich dieser Beitrag auf die Betrachtung von Krediten mit fixierter Laufzeit, ohne Optionskomponenten und mit einem fest vereinbarten Nominalzinssatz. Zur Veranschaulichung wird zudem meist der Fall eines Standardkredits mit Tilgung nur am Ende der Laufzeit betrachtet. Dafür wird dann aber zunächst eine investitionsrechnerische Barwertbestimmung dargestellt, die periodenabhängige bedingte Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallraten, und auch Korrelationen zwischen den bedingte Ausfallwahrscheinlichkeiten der verschiedenen Perioden sowie zwischen Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallraten zulässt. Da diese Bewertung im Hinblick auf die erforderliche Schätzung von gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilungen nicht praktikabel erscheint, werden dann Vereinfachungen eingeführt, die zu leicht zu handhabenden und zu interpretierenden Barwertberechnung führen.

Eine damit verbundene, weitere Zielsetzung dieses Beitrags ist die genauere Betrachtung der Bestandteile des Credit Spreads, d. h. der Differenz zwischen der Effektivverzinsung (auf Basis der vereinbarten Zahlungen) und der Rendite einer sicheren Anlage (mit gleicher Laufzeit). Bekanntlich beinhaltet der Credit Spread eine Prämie für das Ausfallrisiko. Die Ausfallprämie dient dazu, einen Ausgleich für erwartete Verluste zu schaffen. Bei ausreichender Ausfallprämie entspricht die erwartete Rendite des Kreditgebers mindestens der sicheren Rendite. Man kann daher auch von einer Prämie für erwartete Verluste sprechen. Allerdings wird sich der Kreditgeber i. d. R. nicht mit einer erwarteten Rendite in Höhe der sicheren Rendite zufrieden geben. Die erwartete Rendite muss, wie bei allen riskanten Anlagen, die sichere Rendite um eine Risikoprämie übersteigen. Für diese Differenz zwischen mindestens geforderter erwarteter Rendite und sicherer Verzinsung wird hier der Begriff Risikoprämie i. e. S. vorgeschlagen,[2] wobei der Zusatz „i. e. S." erfolgt, da gelegentlich auch der gesamte Credit Spread, inklusive

[2] Die Verwendung der beiden Begriffe Ausfallprämie und Risikoprämie i. e. S. in diesem Kontext hat der Verfasser von *Herbert Hax* übernommen. *Hax* hat die Unterscheidung der beiden explizit so benannten Prämien leider nicht in einer dem Verfasser bekannten Veröffentlichung festgehalten. In der Sache findet sich die Unterscheidung jedoch auch in *Franke/Hax* (2009), S. 415. Zur Ausfall- und Risikoprämie i. e. S. vgl. auch schon *Nippel* (2003).

der Ausfallprämie, als Risikoprämie bezeichnet wird.[3] Tatsächlich ist der Credit Spread die Summe aus Ausfallprämie und Risikoprämie i. e. S.[4]

Die Unterscheidung zwischen Ausfallprämie und der Risikoprämie i. e. S. wird durch die verschiedenen in der Literatur zu findenden Begriffe für die Ausfallprämie nicht immer leicht gemacht. Am deutlichsten ist noch die Benennung der Ausfallprämie als „Risikoaufschlag für erwartete Verluste".[5] Weniger klar sind die Begriffe „Risk Differential"[6] oder „Risikozuschlag"[7] oder „Standard- (Ausfall-) Risikokostenmarge",[8] Explizit von „Default Premium" oder „Ausfallprämie" sprechen hingegen z. B. auch *Pye* (1974) bzw. *Daldrup et al.* (2004). *Pye* (1974) weist bereits explizit darauf hin, dass „the yield spread equals the risk premium plus a default premium".[9]

Während die Ausfallprämie einen Risikoaufschlag für erwartete Verluste darstellt, kann die Risikoprämie i. e. S. als „Risikoprämie für unerwartete Verluste" bezeichnet werden.[10] Diese Risikoprämie i. e. S. wird gefordert, weil Verluste höher, aber auch geringer als erwartet ausfallen können. Bei Risikoaversion wird die Gefahr höherer Verluste stärker gewichtet als die Möglichkeit geringerer Verluste. Dann muss die erwartete Rendite größer als die sichere Verzinsung sein. Die mindestens geforderte erwartete Rendite stellt die Kapitalkosten dar.

Die investitionsrechnerische Bewertung von ausfallgefährdeten Krediten ist nicht neu. Derartige Ansätze finden sich in der Literatur schon seit langem. Beispiele für Beiträge mit Barwertberechnungen unter direkter Berücksichtigung des Ausfallrisikos sind *Pye* (1974), *Bierman/Hass* (1975), *Yawitz* (1977), *Knobloch et al.* (1999), *Duffie/Singelton* (1999), und *Daldrup et al.* (2004). Eng verwandt sind auch solche Beiträge, in denen

[3] Dies gilt insbesondere für (ganz) frühe Beiträge zu dieser Thematik, z. B. für den Beitrag von *Fisher* (1959). Dort ist sogar explizit von „Risk Premium" die Rede, wo die Ausfallprämie gemeint ist, vgl. *ebenda*, insbes. S. 221.

[4] Hinzu kommt ggf. noch eine Prämie für den steuerlichen Nachteil einer privatwirtschaftlichen Kreditforderung (Unternehmensanleihe) gegenüber Staatsanleihen, deren Rendite als sicherer Zinssatz in der Messung des Credit Spreads verwendet wird. Vgl. Elton et al. (2001).

[5] Vgl. *Hartmann-Wendels et al.* (2015), S. 473.

[6] Vgl. *Bierman/Hass* (1975), z. B. S. 759. Dort aber auch: „Default-Risk Differential", vgl. ebenda, S. 761.

[7] Vgl. *Knobloch et al.* (1999), S. 425.

[8] Vgl. *Schierenbeck et al.* (2014), S. 321.

[9] *Pye* (1974), S. 51.

[10] Vgl. *Hartmann-Wendels et al.* (2015), S. 473.

ein vergleichbarer Barwertkalkül verwendet wird, um die in der Marktbewertung implizit enthaltenen Ausfallrisiken oder Ausfallprämien zu bestimmen.[11]

Dieser Beitrag erhebt also nicht den Anspruch, einen neuen Ansatz vorzustellen. Es soll vielmehr darum gehen, die Grundprinzipien der investitionsrechnerischen Bewertung eines Kredites übersichtlich darzustellen. Dabei werden die oben bereits genannten Zielsetzungen verfolgt:

1. die Gegenüberstellung der Bewertung mit nur indirekter oder aber mit direkter Berücksichtigung des Ausfallrisikos, gemessen durch die Parameter Ausfallwahrscheinlichkeit (*PD*) und Ausfallrate (*LGD*),
2. die Darstellung der Barwertberechnung bei direkter Berücksichtigung des Ausfallrisikos im allgemeinen Fall und unter verschiedenen vereinfachenden Annahmen,
3. die explizite Unterscheidung von Ausfallprämie und Risikoprämie i. e. S.,
4. und schließlich eine Betrachtung der Frage nach den angemessenen Kapitalkosten.

Die Bewertung eines Kredites in Form einer Barwertberechnung, oder auch auf anderem Wege, ist vor allem im Rahmen von Entscheidungskalkülen erforderlich. Eine Kreditvergabe ist für den Kreditgeber nur dann vorteilhaft, wenn der (Bar-) Wert der zukünftig zu erwartenden Einzahlungen nicht kleiner ist als der zu verauslagende Kreditbetrag. Dies ist letztlich das altbekannte Kapitalwertkriterium. Bei gegebenem Ausfallrisiko hängt der Wert eines Kredites vor allem auch von den Konditionen ab. Es gilt damit, den Nominalzinssatz zu bestimmen, den der Kreditgeber mindestens vereinbaren muss, damit der Kapitalwert seiner Investition in Form der Kreditvergabe nicht negativ ist. Dabei spielt auch das Disagio eine Rolle. Ein höheres Disagio bedeutet, dass der Kreditgeber weniger Geld investiert. Daher steigt c. p. der Kapitalwert der Kreditvergabe im Disagio.

Dies kann als weitere Zielsetzung dieses Beitrags angesehen werden:

5. Es soll der Nominalzinssatz in Abhängigkeit vom Ausfallrisiko bestimmt werden, für den der Wert des Kredites (mindestens) dem Kreditbetrag entspricht. Diese Bestimmung erfolgt hier analytisch auch für den Fall eines (Standard-) Kredites mit Disagio.

[11] Vgl. z.B. *Litterman/Iben* (1991), *Fons* (1994) oder *Longstaff et al.* (2005).

Schließlich wird auch die Bestimmung der Kapitalkosten zur Bewertung einzelner Kredite thematisiert. Insbesondere werden diese in Relation zu den Gesamtkapitalkosten des Kreditgebers (einer Bank) gesetzt.

Im Folgenden wird zur Einführung zunächst kurz die Bewertung sicherer Kredite betrachtet, bevor dann in Kapitel 3 das Ausfallrisiko einbezogen wird. Dort werden die zwei Alternativen der Bewertung von Krediten, die Diskontierung vereinbarter Zahlungen mit der Effektivverzinsung äquivalenter Alternativanlagen, und die Diskontierung erwarteter Zahlungen mit angemessenen Kapitalkosten, genauer betrachtet. Kapitel 4 ist der Frage nach der Bestimmung der Kapitalkosten gewidmet. Kapitel 5 liefert eine Zusammenfassung.

2 Sichere Kredite

Von einem sicheren Kredit ist dann zu sprechen, wenn die vereinbarten Zins- und Tilgungszahlungen vom Kreditgeber mit Sicherheit und termingerecht vereinnahmt werden können. Der (faire) Wert der sicheren zukünftiger Einzahlungen aus der Kreditvergabe ist gleich dem Preis, zu dem ein *äquivalenter* Zahlungsstrom am Kapitalmarkt gehandelt wird. Dies folgt aus dem Prinzip der Arbitragefreiheit.[12] Äquivalent sind zwei sichere Zahlungsströme, wenn sie in allen zukünftigen Zeitpunkten die gleichen Zahlungen aufweisen.

Sei c_t die sichere Einzahlung, die dem Kreditgeber im Zeitpunkt t zufließt, und V der gegenwärtige Marktpreis eines Kredites, so ist die Effektivverzinsung r_{eff} implizit definiert durch

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{c_t}{(1+r_{eff})^t} \ . \tag{1}$$

Die Effektivverzinsung (auch: Yield to Maturity[13]) ist der interne Zinssatz der Zahlungsreihe.

Mit diesem Zinssatz r_{eff} können andere Kredite mit *gleichen* zukünftigen Einzahlungen in *allen* zukünftigen Zeitpunkten bewertet werden. Die Effektivverzinsung r_{eff} ist als Diskontierungszinssatz zu verwenden, um den Barwert der zukünftigen Zahlungen zu

[12] Vgl. *Franke/Hax* (2009), S. 372 ff.

[13] Vgl. z. B. *Berk/De Marzo* (2014), S. 171 ff.

berechnen. Die Bewertung erfolgt gemäß Gleichung (1), wobei dann nicht r_{eff} als unbekannte Größe anzusehen, sondern V .

Kredite mit anderen Zahlungsströmen dürfen i. d. R. nicht mit dem gleichen Diskontierungszinssatz bewertet werden. Wenn die Zinsstrukturkurve nicht flach verläuft, hängt die marktgerechte Effektivverzinsung von festverzinslichen Finanzierungsinstrumenten (Krediten) von der Laufzeit und, bei gleicher Laufzeit, auch noch von den Tilgungsmodalitäten und dem Nominalzinssatz ab. Bei nicht flacher Zinsstruktur ist daher die Bewertung von Kreditforderungen entweder mit der Effektivverzinsung eines identischen Kredites oder aber mit den marktgerechten Zero-Bond-Zinssätzen zu bewerten.[14]

Sei i_t die marktgerechte Effektivverzinsung eines sicheren Zero-Bonds mit einer Laufzeit von t Perioden, dann gilt für den Barwert der zukünftigen Einzahlungen aus einem Kreditgeschäft

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{c_t}{(1+i_t)^t} . \tag{2}$$

Jede zukünftige Einzahlung ist mit einer anderen Zero-Bond-Rendite zu diskontieren. Die Zero-Bond-Renditen lassen sich aus den am Markt beobachtbaren Renditen (Effektivverzinsungen) festverzinslicher Kupon-Anleihen ohne Ausfallrisiko ableiten, wenn diese in genügend vielen unterschiedlichen Laufzeiten vorhanden sind. Die Bewertung in Form der Diskontierung mit Zero-Bond-Renditen in (2) ist auch unter dem Begriff der Marktzinsmethode bekannt.[15]

Bei gegebener Zinsstruktur, d. h. gegebenen (sicheren) Zero-Bond-Renditen ist der Barwert eine sicheren Zahlungsreihe gemäß (2) eindeutig bestimmt. Wenn der Barwert bekannt ist, lässt sich nun auch die Effektivverzinsung r_{eff} der Zahlungsreihe als interne Verzinsung gemäß (1) bestimmen. Jede Zahlungsreihe mit gegebenem Marktwert hat genau einen Effektivzinssatz, sofern sie die Eigenschaft einer Normalinvestition aufweist.[16] Prinzipiell könnte also jeder sichere Kredit mit *einem* spezifischen Diskontierungszinssatz bewertet werden. Nur ist der angemessene, periodenunabhängige Diskontierungszinssatz bei nicht flacher Zinsstruktur in aller Regel erst dann bekannt, wenn die Bewertung (mit den Zero-Bond-Renditen) bereits erfolgt ist. Dann benötigt man den periodenunabhängigen Diskontierungszinssatz jedoch nicht mehr.

[14] Vgl. z. B. *Berk/De Marzo* (2014), S. 184.

[15] Vgl. *Hartmann-Wendels/Gumm-Heußen* (1994); *Schierenbeck et al.* (2014), S. 150 ff.

[16] Vgl. *Kilger* (1965), S. 791 ff.

Die Bewertung soll hier – zur Vorbereitung der eigentlich erst interessanten Betrachtung ausfallgefährdeter Kredite im nächsten Kapitel – am Beispiel eines einfachen endfälligen Kredites mit jährlicher Zinszahlung weiter veranschaulicht werden. Sei N der Nennwert des Kredites, r_N der Nominalzinssatz (die Kuponrate), und T die Laufzeit in Jahren, so folgen daraus jährliche Zinszahlungen in Höhe von $r_N \cdot N$. Am Ende der Kreditlaufzeit, in T, beträgt die Zins- und Tilgungszahlung $(1+r_N) \cdot N$. Der Barwert dieser Zahlungsreihe errechnet sich als

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{r_N \cdot N}{(1+i_t)^t} + \frac{N}{(1+i_T)^T}, \tag{3}$$

Oder, wenn die marktgerechte, periodenkonstante Effektivverzinsung r_{eff} bekannt ist:

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{r_N \cdot N}{(1+r_{eff})^t} + \frac{N}{(1+r_{eff})^T}, \tag{4}$$

Die Bewertung in (3) oder (4) ist letztlich ein einfacher, altbekannter investitionsrechnerischer Barwertkalkül.[17]

3 Ausfallgefährdete Kredite

3.1 Bewertung mit der Effektivverzinsung äquivalenter Kredite

Ausfallgefahr bedeutet, dass der Kreditnehmer die vereinbarten Zins- und Tilgungszahlungen nicht mit Sicherheit leisten kann oder wird. Die tatsächlichen Zahlungen an den Kreditgeber können kleiner ausfallen, insbesondere wenn der Kreditnehmer insolvent wird. Auch bei ausfallgefährdeten Krediten hat die Bewertung unter Rückgriff auf das Arbitragefreiheitsprinzip zu erfolgen. Dieses Prinzip mündet auch wieder in einer investitionsrechnerischen Barwertbestimmung.

Aus dem Prinzip der Arbitragefreiheit folgt: Der Wert eines ausfallgefährdeten Kredites ist gleich dem Preis, zu dem ein *äquivalenter* Zahlungsstrom am Kapitalmarkt gehandelt wird. Zahlungsströme sind als äquivalent anzusehen, wenn sie in *allen* zukünftigen Zeitpunkten *und Zuständen* mit der gleichen Einzahlung einhergehen. Wenn gleiche Zahlungen in allen zukünftigen Zeitpunkten und Zuständen anfallen, bedeutet dies identisches Ausfallrisiko. Zwei Kredite weisen nur dann ein identisches Ausfallrisiko auf,

[17] Vgl. in dieser Hinsicht z. B. *Kosiol* (1959), 146 f.

wenn sie in den gleichen Zuständen ausfallen und dann die vom Kreditgeber noch erzielbare Restwertzahlung gleich ist.

Für jeden ausfallgefährdeten Kredit lässt sich die Effektivverzinsung r_{eff} als interner Zinssatz der Reihe der *vereinbarten* Zahlungen bestimmen, wenn der Marktwert V bereits bekannt ist. Es gilt auch hier die implizite Bestimmungsgleichung (2):

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{c_t}{(1+r_{eff})^t} \ . \tag{5}$$

Die zukünftigen Einzahlungen c_t, die hier mit der gesuchten Effektivverzinsung diskontiert werden, sind die *vereinbarten* Zins- und Tilgungszahlungen. Die tatsächlichen Einzahlungen können kleiner ausfallen. Folglich kann auch die tatsächlich erzielte Rendite des Kreditgebers kleiner als die Effektivverzinsung r_{eff} aus (5) sein.

Bei einem ausfallgefährdeten Kredit wird sich der Kreditgeber nicht mit der gleichen Effektivverzinsung zufrieden geben wie bei einem (laufzeitgleichen) Kredit ohne Ausfallgefahr.[18] Die geforderte oder marktgerechte Effektivverzinsung wird größer sein als die sichere Verzinsung.
Ist die Effektivverzinsung aus (5) bekannt, kann damit die Reihe der vereinbarten Zins- und Tilgungszahlungen eines äquivalenten Kredites diskontiert werden. (Allerdings gilt auch hier wieder, dass die Barwertberechnung gar nicht mehr nötig ist, wenn man den Marktwert des äquivalenten Kredites kennt.)

Für den schon in Kapitel 2 betrachteten endfälligen Kredit mit Nennwert N, Nominalzinssatz r_N und Laufzeit T beträgt der Wert

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{r_N \cdot N}{(1+r_{eff})^t} + \frac{N}{(1+r_{eff})^T}, \tag{6}$$

wenn r_{eff} die Effektivverzinsung eines *äquivalenten* Kredites ist. Dieser Wert des Kredites gemäß (6) hängt in bekannter Weise negativ von der Höhe der geforderten Effektivverzinsung ab. Der Barwert ist c. p. kleiner als der für den Fall sicherer Zahlungen in (4) bestimmte Wert, weil für die Übernahme des Ausfallrisikos eine höhere Effektivverzinsung gefordert wird.

Das Ausfallrisiko wird hier, in (6), nur indirekt berücksichtigt. Die zu diskontierenden Zahlungen sind die vereinbarten Zahlungen, das Ausfallrisiko fließt hier im Nenner der

[18] So z. B. schon *McCullough* (1843), S. 519.

Bewertungsgleichung nicht ein. Dafür hängt der angemessene Diskontierungszinssatz, d. h., die Effektivverzinsung eines *äquivalenten* Kredites, von dem Ausfallrisiko ab.

Aus Sicht des Kreditgebers darf der Wert des Kredites nicht kleiner sein als der auszuzahlende Kreditbetrag. Der Auszahlungsbetrag ist gleich $(1-d)\cdot N$, wobei d für das prozentuale Disagio steht. Aus Sicht des Kreditgebers muss also gelten:

$$\begin{aligned} V \geq (1-d)\cdot N \quad &\Leftrightarrow \quad \sum_{t=1}^{T} \frac{r_N \cdot N}{(1+r_{eff})^t} + \frac{N}{(1+r_{eff})^T} \geq (1-d)\cdot N \\ &\Leftrightarrow \quad \sum_{t=1}^{T} \frac{r_N}{(1+r_{eff})^t} + \frac{1}{(1+r_{eff})^T} \geq (1-d) \quad . \end{aligned} \tag{7}$$

Ein höheres Risiko wird sich in der Regel in einer höheren vom Markt geforderten Effektivverzinsung r_{eff} niederschlagen. Damit die Bedingung (7) für die Vorteilhaftigkeit der Kreditvergabe erfüllt ist, muss ein hinreichend hoher Nominalzinssatz oder in hinreichend hohes Disagio vereinbart werden können.

Die in (6) und (7) als Diskontierungszinssatz verwendete Effektivverzinsung ist als interner Zinssatz aus der Marktbewertung eines *äquivalenten* Kredites abzuleiten. Die Forderung nach Äquivalenz zweier Kredite ist viel stärker als die nach einem gleichen Rating. Denn nicht nur die Ausfallwahrscheinlichkeit und der Verlust im Falle der Insolvenz des Schuldners müssen übereinstimmen. Äquivalenz bedeutet gleiche Zahlungen in allen Zuständen, somit also vollkommene Korrelation. In der Praxis mag man sich dennoch mit dem Rückgriff auf die Effektivverzinsung einer am Markt gehandelten Anleihe mit gleichem Rating behelfen. Zudem sollten Laufzeit und der Nominalzinssatz möglichst übereinstimmen. Denn schon der sichere Zinssatz, der als Basis in der am Markt geforderten Effektivverzinsung enthalten ist, hängt bei nicht flacher Zinsstruktur von Laufzeit und Zahlungsstruktur ab.

Zur Vereinfachung der Darstellung sei von nun an eine flache Zinsstruktur angenommen. Diese Annahme ist hier aber nur insoweit relevant, als damit die Rendite einer sicheren Anlage von der Laufzeit unabhängig ist. Es kann *ein* sicherer Zinssatz bestimmt werden, der hier mit r_f bezeichnet werden soll. Für den *Credit Spread* kann man somit schreiben:

$$\text{Credit Spread} = r_{eff} - r_f \, . \tag{8}$$

Der Credit Spread ist also die Differenz zwischen der Effektivverzinsung des betrachteten Kredites, basierend auf den vereinbarten Zahlungen, und dem sicheren Zinssatz.

3.2 Bewertung mit risikoadäquaten Kapitalkosten

Aus der Betrachtung der Bewertung mit der Effektivverzinsung äquivalenter Kredite wird nicht explizit deutlich, wie das Ausfallrisiko die geforderte Effektivverzinsung determiniert, und wie zu verfahren ist, wenn die marktgerechte Effektivverzinsung r_{eff} nicht unmittelbar aus dem Marktwert eines äquivalenten Kredites abgeleitet werden kann. Dann bedarf es eines Bewertungsmodells, in dem direkt auf das (geschätzte) Ausfallrisiko Bezug genommen wird, indem *erwartete* Zahlungen diskontiert werden. Hierbei erfolgt insofern eine direkte Berücksichtigung des Ausfallrisikos, da die *erwarteten* Zahlungen von der Ausfallwahrscheinlichkeit und der Ausfallrate abhängen.

Die investitionsrechnerische Bewertung in Form der Diskontierung erwarteter Zahlungen ist auch die übliche Vorgehensweise in der Bewertung von Eigenkapitaltiteln oder ganzen Unternehmen.[19] Bei Eigenkapitaltiteln, z. B. Aktien, gibt es keine fixen, vereinbarten Zahlungen an die Kapitalgeber. Eine Bewertung wie in (5) bzw. (6) ist grundsätzlich nicht möglich. Stattdessen sind die erwarteten Zahlungen $E(c_t)$ in den verschiedenen zukünftigen Zeitpunkten mit den *risikoadäquaten Kapitalkosten* zu diskontieren. Aus der Kapitalmarkttheorie ist grundsätzlich bekannt, dass als Kapitalkostensatz die im Gleichgewicht *zu erwartende Rendite* einer Kapitalmarktanlage mit gleichem relevantem (systematischem) Risiko zu verwenden ist. Als relevant erweist sich im Marktzusammenhang das Kovarianz- oder Beta-Risiko.[20] Zwischen der gleichgewichtigen erwarteten Rendite und dem relevanten Risiko besteht ein positiver Zusammenhang. Somit kann auch gefolgert werden, dass die Kapitalkosten, mit denen risikobehaftete Zahlungen zu bewerten sind, in aller Regel größer als der sichere Zinssatz sind.[21]

Die Bewertung bei Risiko in Form der Diskontierung erwarteter Zahlungen mit risikoadäquaten Kapitalkosten lässt sich auch im Falle ausfallgefährdeter Kredite durchführen. Dazu gilt es, die Reihe der erwarteten zukünftigen Zahlungen $E(c_t)$ mit dem risikoadäquaten Kapitalkostensatz, der hier mit μ bezeichnet werden soll, zu diskontieren:

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{E(c_t)}{(1+\mu)^t} \quad . \tag{9}$$

[19] Bei der Unternehmensbewertung mittels Discounted Cash-Flow (DCF)-Methoden werden erwartete Free Cash-Flows diskontiert, vgl. z. B. *Kruschwitz/Löffler* (2006), *Drukarczyk/Schüler* (2009) oder *Meitner/Streitferdt* (2011).

[20] Vgl. z. B. *Berk/De Marzo* (2014). S. 340 f. i. V. m. S.381 ff.

[21] Einen empirischen Beleg für eine relativ hohe Risikoprämie für systematisches Risiko in beobachtbaren Spreads von Unternehmensanleihen liefern *Elton et al.* (2001), insbes. S. 267 ff.

Zur Bewertung sind also zunächst die erwarteten Zahlungen und der Kapitalkostensatz zu bestimmen.[22]

In der Barwertgleichung (9) wird mit einem konstanten, periodenunabhängigen Kapitalkostensatz gerechnet. Dieser soll hier zunächst als bekannt angesehen werden. Erst im Kapital 4 widmen wir uns dem Kapitalkostensatz näher. Grundsätzlich können wir aber schon festhalten, dass als risikoadäquater Kapitalkostensatz die erwartete Rendite aus einer Anlage, die zu einem Zahlungsstrom mit gleichem relevantem Risiko führt, zu verwenden ist.

Wenn es einen positiven Zusammenhang zwischen (relevantem, systematischem) Risiko und gleichgewichtiger erwarteter Rendite gibt, gilt in aller Regel[23]

$$\mu > r_f \,. \tag{10}$$

Der Kapitalkostensatz ist größer als die sichere Verzinsung. Die Differenz ist die *Risikoprämie i. e. S.*

$$\text{Risikoprämie i. e. S.} = \mu - r_f \tag{11}$$

Man kann hier auch von einer „Risikoprämie für unerwartete Verluste“[24] sprechen, die als Ausgleich für die Gefahr gefordert wird, dass der Verlust größer als erwartet ausfällt – bei andererseits vielleicht aber auch geringerem Verlust. Wenn der Kapitalkostensatz μ marktbezogen als erwartete Rendite einer Alternativanlage mit gleichem relevanten Risiko bestimmt wird, handelt es bei $\mu - r_f$ um die marktgerechte Risikoprämie.

Diese Risikoprämie ist der zentrale Betrachtungsgegenstand in der klassischen Kapitalmarkttheorie. Im allseits bekannten, einperiodigen CAPM ergibt sich die individuelle Risikoprämie als Produkt aus Marktrisikoprämie und Beta-Faktor als Risikomaß:[25]

$$\mu - r_f = (\mu_M - r_f)\beta \,.$$

Wenn der Kapitalkostensatz μ zunächst als bekannt vorausgesetzt werden kann, bedarf es also „nur“ noch der Bestimmung der erwarteten zukünftigen Zahlungen, $E(c_t)$, an

[22] Der Kapitalkostensatz darf natürlich nicht mit der Effektivverzinsung (aus (5)) verwechselt werden, vgl. dazu auch *Berk/De Marzo* (2014), S. 412.

[23] Anders bei einem negativen bewertungsrelevanten (systematischen) Risiko.

[24] Vgl. *Hartmann-Wendels et al.* (2015), S. 473. *Rudolph* (1995) spricht hingegen einfach von „Risikokosten“, die im Kreditportfolio-Zusammenhang dann null sind, wenn dieses „gut“ diversifiziert ist. Damit wird deutlich, dass es sich dabei tatsächlich um die Risikoprämie für das bewertungsrelevante systematische (Kovarianz-) Risiko handelt.

[25] Zur Bewertung auf der Grundlage des CAPM vgl. *Franke/Hax* (2009), S. 354 ff.

den Kreditgeber, um die Barwertberechnung gemäß (9) durchführen zu können. Diese erwarteten Zahlungen hängen ab von der Ausfallwahrscheinlichkeit (*Probality of Default*) und dem Verlust bei Ausfall (*Loss Given Default*). Ein Kreditausfall liegt vor, wenn der Kreditnehmer seiner Zahlungsverpflichtung nicht mehr nachkommt. Die bedingte[26] Wahrscheinlichkeit für einen Ausfall in Periode t sei PD_t. Mit der (bedingten) Wahrscheinlichkeit von $1-PD_t$ kommt es in Periode t nicht zu einem Ausfall.

In einer zukünftigen Periode $t>1$ können diese Ausfallwahrscheinlichkeiten neu eingeschätzt werden. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten zukünftiger Perioden sind aus heutiger Sicht Zufallsvariablen.

Für die *unbedingte* Ausfallwahrscheinlichkeit in Periode t, aus heutige Sicht, folgt daher

$$E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{t-1}(1-PD_\tau)\cdot PD_t\right]. \tag{12}$$

Mit der *unbedingten* Wahrscheinlichkeit in Höhe von

$$E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{t}(1-PD_\tau)\right] \tag{13}$$

kommt es bis einschließlich der Periode t *nicht* zu einem Ausfall. Um diese Wahrscheinlichkeit bestimmen zu können, müssten die gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der zukünftigen Ausfallwahrscheinlichkeiten geschätzt werden.

Wenn es – mit der Wahrscheinlichkeit (13) – nicht zu einem Ausfall in der Periode t kommt, kann der Kreditgeber die vereinbarten Zins- und ggf. anteilige Tilgungszahlungen vereinnahmen. Bei einem endfälligen Kredit sind die (Zins-) Einzahlungen in $t<T$ gleich $r_N \cdot N$, und bei Fälligkeit, in T, kommt noch die Tilgung in Höhe von N hinzu.

Falls es zu einem Ausfall kommt, muss der Kreditgeber einen Verlust hinnehmen. Dieser Verlust wird durch die Ausfallrate (den *Loss Given Default*) gemessen. Der Parameter LGD_t misst den Anteil der Nennwertes und der anstehenden Zinszahlung, auf den der Kreditgeber bei Ausfall verzichten muss. Als Einzahlung aus der Insolvenzmasse oder aus der Verwertung von Sicherheiten verbleibt[27]

[26] Bedingt darauf, dass es bisher noch nicht zu einem Ausfall gekommen ist.

[27] Dass der *Loss Given Default* hier nicht nur auf den noch ausstehenden Tilgungsbetrag, sondern auch auf die im Zeitpunkt des Kreditausfalls fällige Zinszahlung bezogen wird, mag ungewöhnlich erscheinen, vereinfacht aber die Darstellung im Folgenden. Die gleiche Bezugsbasis für den *Loss Given Default* findet sich aber auch bei eher praktisch orientierten Beiträgen, wie etwa *Fons* (1994), S. 28.

$$(1-LGD_t)(1+r_N)N \ . \tag{14}$$

Bei Vereinnahmung dieser Zahlung (aus der Verwertung von Sicherheiten) fallen dann im Gegenzug alle zukünftigen Einzahlungen weg. Bei einem Annuitäten-Kredit oder einem anderen Kredit mit Tilgungsleistungen vor Laufzeitende in T, wäre in der Einzahlung in (14) statt dem Nennwert die Restschuld zu berücksichtigen.

Zukünftige Ausfallraten sind „heute" natürlich noch nicht bekannt. Daher muss heute, in $t=0$, mit Erwartungswerten der bedingten Ausfallraten LGD_t gerechnet werden. Da die Ausfallrate nur dann eine Rolle spielt, wenn es in der Periode t zu einem Ausfall kommt, und die Ausfallwahrscheinlichkeit, die in einem zukünftigen Zeitpunkt $t-1$ für die Periode bis t geschätzt wird, ebenfalls eine Zufallsvariable ist, muss auch eine eventuelle Korrelation zwischen der unbedingten Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls in Periode t (vgl. (12)) und der Ausfallrate LGD_t berücksichtigt werden.

Für den endfälligen Kredit mit Laufzeit T Perioden, Nennwert N und Nominalzinssatz r_N beträgt somit die erwartete Einzahlung in $t<T$ aus heutiger Sicht:

$$\begin{aligned} E_{t=0}(c_t) &= E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{t}(1-PD_\tau)\right]\cdot r_N \cdot N \\ &\quad + E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{t-1}(1-PD_\tau)\cdot PD_t \cdot (1-LGD_t)\right]\cdot(1+r_N)\cdot N . \end{aligned} \tag{15}$$

Im Zeitpunkt der Fälligkeit kommt noch die Tilgungszahlung in Höhe des Nennwertes hinzu, falls der Kredit bis dahin nicht ausgefallen ist. Die ex ante erwartete Einzahlung in T beträgt somit

$$\begin{aligned} E_{t=0}(c_T) &= E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{T}(1-PD_\tau)\right](1+r_N)\cdot N \\ &\quad + E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{T-1}(1-PD_\tau)\cdot PD_t \cdot (1-LGD_t)\right]\cdot(1+r_N)\cdot N . \end{aligned} \tag{16}$$

Mit diesen erwarteten Einzahlungen und gegebenem Kapitalkostensatz kann nun die Bewertung gemäß (9) erfolgen:[28]

Auch *Schierenbeck et al.* (2014), S. 304, sprechen davon, dass die Rückzahlungsquote bei vollständiger Betrachtung die Zinsen mit einschließt. Kennt man (in der Praxis) den nur auf den Nennwert bezogenen *LGD*, und den Kreditzinssatz, so kann man unschwer auf den hier verwendeten *LGD* bezogen auf $(1+r_N)$ mal Nennwert schließen.

[28] Diese Bewertung ist eng verwandt mit der in *Duffie/Singelton* (1999), S. 691, wo die Bewertung jedoch nicht auf risikoadäquaten Kapitalkosten, sondern auf dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß basiert.

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{E_{t=0}(c_t)}{(1+\mu)^t}$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{t}(1-PD_\tau)\right] \cdot r_N \cdot N + E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{t-1}(1-PD_\tau) \cdot PD_t \cdot (1-LGD_t)\right] \cdot (1+r_N) \cdot N}{(1+\mu)^t}$$

$$+ \frac{E_{t=0}\left[\prod_{\tau=1}^{T}(1-PD_\tau)\right] N}{(1+\mu)^T}.$$

(17)

Diese Berechnung stellt hohe Anforderungen an die notwendigen Schätzungen. Um die erwarteten Zahlungen bestimmen zu können, müssten die gemeinsamen Verteilungen der Ausfallwahrscheinlichkeiten, PD_t, und Ausfallraten, LGD_t, geschätzt werden. Denn es gilt, mögliche serielle Korrelationen und Korrelationen zwischen PD_t und LGD_t zu berücksichtigen.

Zum Zwecke der Anwendbarkeit der Bewertungsfunktion (17) dürften daher vereinfachende Annahmen unumgänglich sein. Man könnte z. B. die *unbedingten* Wahrscheinlichkeiten für einen Ausfall oder Nicht-Ausfall in Periode t direkt schätzen, statt sie wie in (12) und (13) auf Basis der periodenspezifischen, bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten PD_t zu berechnen. Sei p_t die unbedingte Wahrscheinlichkeit für einen Ausfall in Periode t, und dementsprechend $1-p_t$ die unbedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass es bis einschließlich der Periode t nicht zu einem Ausfall kommt. Wenn diese Wahrscheinlichkeiten direkt geschätzt werden können, verbleibt „nur noch“ die Problematik der Korrelation zwischen der Ausfallrate LGD_t und den bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten. Ignoriert man solche Korrelationen, so erhält man als Barwert der erwarteten Zahlungen aus dem Kreditgeschäft:

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{(1-p_t) \cdot r_N \cdot N + p_t \cdot (1-LGD_t)(1+r_N) \cdot N}{(1+\mu)^t} + \frac{(1-p_T) \cdot N}{(1+\mu)^T}. \qquad (18)$$

Die unbedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten p_t lassen sich (nur) dann vergleichsweise leicht auf Basis der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten PD_t schätzen, wenn man – als weitere Vereinfachung – annimmt, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit für einen Ausfall in Periode t nicht mit den Ausfallwahrscheinlichkeiten der Vorperioden korreliert. Dann folgt für die unbedingte Wahrscheinlichkeit für einen Ausfall in Periode t, aus heutiger Sicht

$$p_t = \prod_{\tau=1}^{t-1} (1 - E(PD_\tau)) \cdot E(PD_t) \,. \tag{19}$$

Und mit der unbedingten Wahrscheinlichkeit in Höhe von[29]

$$1 - p_t = \prod_{\tau=1}^{t} (1 - E(PD_\tau)) \tag{20}$$

kommt es bis einschließlich der Periode t nicht zu einem Ausfall.

Noch einen Schritt weiter in Richtung Vereinfachung geht die Annahme, dass die bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten aus heutiger Sicht alle den gleichen Erwartungswert aufweisen:

$$E(PD_t) \equiv PD = \text{konstant} \,. \tag{21}$$

Diese Annahme ist nicht zu verwechseln mit einer Ignoranz gegenüber Bonitätsänderungen. Wenn heute mit gleichen bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten gerechnet wird, kann die *zukünftig* geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit durchaus davon abweichen. Wenn zukünftig von einer höheren oder niedrigeren Ausfallwahrscheinlichkeit ausgegangen wird, stellt dies eine Bonitätsänderung (Ratingmigration) dar.
Unter Annahme (21) folgt für die unbedingten Wahrscheinlichkeiten aus (19) und (20)

$$p_t = (1 - PD)^{t-1} \cdot PD_t \,, \tag{22}$$

bzw.

$$1 - p_t = (1 - PD)^t \,. \tag{23}$$

Als letzte Vereinfachung sei noch angenommen, dass auch die bedingten, erwarteten Ausfallraten konstant, und nicht mit den Ausfallwahrscheinlichkeiten korreliert seien:

$$E(LGD_t) \equiv LGD = \text{konstant} \,. \tag{24}$$

Unter diesen Annahmen vereinfacht sich die Bewertungsgleichung (17) schließlich zu

$$\begin{aligned} V &= \sum_{t=1}^{T} \frac{(1-PD)^{t-1} \cdot r_N \cdot N + PD \cdot (1-LGD) \cdot (1+r_N) \cdot N}{(1+\mu)^t} + \frac{(1-PD)^T}{(1+\mu)^T} \cdot N \\ &= \sum_{t=1}^{T} \frac{(1-PD)^t}{(1+\mu)^t} \left[r_N + \frac{PD}{1-PD} \cdot (1-LGD) \cdot (1+r_N) \right] \cdot N + \frac{(1-PD)^T}{(1+\mu)^T} \cdot N \,. \end{aligned} \tag{25}$$

[29] Vgl. *Fons* (1994), S. 26.

In dieser Bewertungsgleichung (25) ist sehr gut zu erkennen, dass der Barwert für ein *gegebenes* Ausfallrisiko im Nominalzinssatz r_N steigt.[30]

Aus Sicht des Kreditgebers muss bei Vergabe gelten:

$$V \geq (1-d) \cdot N \,, \tag{26}$$

anderenfalls macht er einen Verlust. Dieses Vorteilhaftigkeitskriterium (26), das letztlich nichts anderes ist als das Kapitalwertkriterium, ist erfüllt, wenn der zu vereinbarende Kreditzinssatz, r_N, hinreichend hoch ist. Es lässt sich analytisch zeigen, dass für den Zinssatz r_N gelten muss:

$$r_N \geq \frac{\mu + LGD \cdot PD}{1 - LGD \cdot PD} - d \cdot \frac{\mu + PD}{1 - LGD \cdot PD} \cdot \frac{(1+\mu)^T}{(1+\mu)^T - (1-PD)^T} \equiv r_N^{\min} \,. \tag{27}$$

Beweis: Siehe Anhang 6.1.

Für den Nominalzinssatz existiert also ein kritischer Wert $r_N^{\min}$, ein Mindestzinssatz oder Break Even Wert, der positiv von dem Kapitalkostensatz μ, von der in $t = 0$ geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeit je Periode, PD, und von der Ausfallrate, LGD, abhängt. Ein höheres Disagio d führt natürlich dazu, dass ein geringerer Nominalzinssatz ausreicht. Umgekehrt kann daher auch das bei einem vorgegebenen Nominalzinssatz notwendige Disagio berechnet werden.

Das Produkt aus Ausfallrate und Ausfallwahrscheinlichkeit, $LGD \cdot PD$, kann unter den gegebene Annahmen als erwarteter Verlust je Einheit noch ausstehender Kreditforderung und je Periode interpretiert werden.[31] Je höher dieser erwartete Verlust ausfällt, desto höher muss der Kreditzinssatz r_N c. p. mindestens sein.

Für den Fall ohne Disagio, d. h. $d = 0$ vereinfacht sich der Ausdruck für den Mindestzinssatz in (27) zu[32]

---

[30] Bekanntlich ist nicht unbedingt sichergestellt, dass ein höherer Kreditzinssatz zu einem höheren Barwert führt, wenn Moral-Hazard-Probleme oder eine adverse Selektion der Kreditnachfrager zu einer Steigerung des Ausfallrisikos führen, vgl. *Stiglitz/Weiss* (1981). Davon sei hier abgesehen, es wird unterstellt, dass der Kreditgeber das Ausfallrisiko als gegeben ansehen kann.

[31] Vgl. *Rudolph* (2006), S. 417.

[32] Dieses Ergebnis findet sich implizit bereits *Pye* (1974), S. 51; und bei *Yawitz* (1977), S. 484, in Gleichung (10). Bei *Pye* (1974) beinhaltet die Bezugsbasis für den *Loss Given Default* allerdings nicht die Kuponzinsen, womit eine entsprechend abweichende Ausfallprämie bestimmt wird. *Yawitz* (1977) erweitert die Analyse von *Bierman/Hass* (1975), die den Mindestzinssatz bereits für den Fall mit einem *Loss Given Default* von 100% bestimmt haben (*ebenda*, S. 759, Gleichung (4)). Sowohl *Bierman/Hass* (1975) als auch *Yawitz* (1977) verwenden allerdings den sicheren Zinssatz als Kapitalkostensatz. *Pye* (1974) hingegen hat schon eine Risikoprämie i. e. S. einbezogen.
Zur Bestimmung des Mindestzinssatzes unter vergleichbaren Annahmen vgl. auch *Rosenberger* (2003),

$$r_N \geq \frac{\mu + LGD \cdot PD}{1 - LGD \cdot PD} \equiv r_N^{\min} . \tag{28}$$

Durch den Mindest-Kreditzinssatz (aus (28) oder, in Abhängigkeit vom Disagio, aus (27)) ist auch eine bestimmte Effektivverzinsung determiniert. Die Effektivverzinsung, die sich auf Basis des Mindest-Kreditzinssatzes $r_N^{\min}$ berechnen lässt, kann entsprechend als die vom Kreditgeber mindestens geforderte Effektivverzinsung $r_{eff}^{\min}$ bezeichnet werden.

Für den Fall ohne Disagio, $d = 0$, stimmen beim endfälligen Kredit Nominalzinssatz und Effektivverzinsung überein. Somit folgt also auch für die mindestens zu fordernden Werte

$$r_N^{\min} = r_{eff}^{\min} \quad \text{für } d = 0 . \tag{29}$$

Wie der Mindest-Nominalzinssatz $r_N^{\min}$ ist also auch die mindestens geforderte Effektivverzinsung $r_{eff}^{\min}$ bei jedem ausfallgefährdeten Kredit größer als der Kapitalkostensatz μ (vgl. (28)). Die Differenz zwischen der Mindest-Verzinsung $r_{eff}^{\min} = r_N^{\min}$ und dem Kapitalkostensatz μ ist die *Ausfallprämie* in der *geforderten* Rendite, die einen Ausgleich für die erwarteten Verluste bietet:

$$r_N^{\min} - \mu = \quad \text{Ausfallprämie bei Kreditvergabe zum Nennwert} \tag{30}$$

Diese Ausfallprämie ist erforderlich, damit der Kreditgeber im Erwartungswert eine Rendite in Höhe des Kapitalkostensatzes erzielt. Wie die Bestimmungsgleichung (28) für $r_N^{\min}$ deutlich macht, ist die Ausfallprämie c*eteris paribus* umso höher, je höher die geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit PD ist, und je höher die Ausfallrate, LGD ausfällt.

Dieser Zusammenhang gilt auch für einen Kredit mit Disagio. Dann unterscheiden sich jedoch Effektivverzinsung und Nominalzinssatz. Für den Fall mit Disagio, $d > 0$, ist die Effektivverzinsung r_{eff} größer als der Nominalzinssatz (et vice versa für den Fall mit einem Agio, $d < 0$). Es gilt:[33]

S. 155 f.; *Nippel* (2015), oder für den Fall von Annuitätendarlehen *Daldrup et al.* (2004). Dort ist allerdings eine analytische Lösung nicht möglich, vgl. *ebenda*, S. 243. Eine numerische Bestimmung der „Preisuntergrenze" für Kredite findet sich bei *Knobloch et al.* (1999), wobei eine vom Risiko unabhängige erwartete Rendite zugrunde gelegt wird.

33 Zur Herleitung siehe Anhang 6.2

$$r_{eff} = r_N + d \cdot \frac{(1+r_{eff})^T r_{eff}}{(1+r_{eff})^T + 1} \ . \tag{31}$$

Die Effektivverzinsung übersteigt den Nominalzinssatz um das Produkt aus prozentualem Disagio, d, und dem Annuitäten- oder Wiedergewinnungsfaktor[34] (dem Kehrwert des Rentenbarwertfaktors[35]). Allerdings ist der Annuitätenfaktor auf Basis der gesuchten Effektivverzinsung r_{eff} zu berechnen. Somit ist (31) keine explizite Gleichung. Die Effektivverzinsung kann nicht analytisch sondern nur iterativ bestimmt werden.

Für den kritischen Mindestzinssatz $r_N^{\min}$ aus (27) (in Abhängigkeit vom Disagio) folgt aus (31) implizit die mindestens geforderte Effektivverzinsung $r_{eff}^{\min}$:

$$r_{eff}^{\min} = r_N^{\min} + d \cdot \frac{(1+r_{eff}^{\min})^T r_{eff}^{\min}}{(1+r_{eff}^{\min})^T + 1} \ . \tag{32}$$

Auf Basis dieser Mindest-Effektivverzinsung ist im allgemeinen Fall (in dem auch ein Disagio vereinbart sein kann) die Ausfallprämie definiert:

$$r_{eff}^{\min} - \mu = \text{ Ausfallprämie.} \tag{33}$$

Wenn ein Ausfallrisiko vorliegt, muss der Kreditgeber (über die Wahl von Nominalzinssatz und Disagio) eine Effektivverzinsung fordern, die über den Kapitalkosten liegt. Bei Forderung einer Effektivverzinsung in Höhe von $r_{eff}^{\min}$ stellt er sicher, dass er im Erwartungswert eine Rendite in Höhe der Kapitalkosten erzielt.[36] Dies ist der Zweck der Ausfallprämie.

In Abschnitt 3.1 wurde bereits der Credit Spread $r_{eff} - r_f$ betrachtet. Sofern der Kredit zum Marktwert vergeben wurde, d. h. $V = (1-d)N$, ist die Effektivverzinsung gleich

[34] Vgl. *Hax* (1985), S. 14.

[35] Vgl. z. B. *Kruschwitz* (2014), S. 61.

[36] Wird über die Bemessung des Nominalzinssatzes (in Abhängigkeit vom Disagio) eine Effektivverzinsung in Höhe von $r_{eff}^{\min}$ vereinbart, so ist der mit den Kapitalkosten μ berechnete Kapitalwert gleich null, d. h. $V = (1-d)N$. Dies ist gleichbedeutend mit einem internen Zinssatz (der Reihe der erwarteten Zahlungen) in Höhe der Kapitalkosten. Dieser interne Zinssatz ist die erwartete Rendite des Kreditgebers.

der mindestens zu fordernden Effektivverzinsung, $r_{eff} = r_{eff}^{\min}$. Der Credit Spread setzt sich dann additiv aus Ausfallprämie (33) und Risikoprämie i. e. S. (11) zusammen:[37]

$$\begin{gathered}\text{Ausfallprämie + Risikoprämie i. e. S. = Credit Spread} \\ (r_{eff}^{\min} - \mu) + (\mu - r_f) = r_{eff}^{\min} - r_f \ .\end{gathered} \tag{34}$$

Diesen Credit Spread, der auch als Risikoprämie i. w. S. bezeichnet werden kann,[38] muss der Kreditgeber auf den sicheren Zinssatz aufschlagen, um für den erwarteten Verlust *und* die Übernahme von (systematischem) Risiko kompensiert zu werden. Das systematische Risiko resultiert aus der (asymmetrischen) Streuung der Rendite um ihren Erwartungswert, in Verbindung mit der Korrelation zwischen dieser Rendite und der Marktrendite. Statt der Korrelation mit der Marktrendite kann für den Kreditgeber aber auch die Korrelation mit der Rendite nur seines eigenen Kreditportfolios von Bedeutung sein.[39]

Wenn der ausgezahlte Kreditbetrag unter dem Marktwert liegt, d. h. Bedingung (26) mit strenger Ungleichheit erfüllt ist, $V > (1-d) \cdot N$, erzielt der Kreditgeber einen positiven Kapitalwert. Dann liegt die Effektivverzinsung über dem Mindestwert, $r_{eff} > r_{eff}^{\min}$. Somit ist auch der beobachtbare Credit Spread entsprechend größer, er enthält noch eine Gewinnmarge $r_{eff} - r_{eff}^{\min}$:

$$\begin{gathered}\text{Gewinnmarge + Ausfallprämie + Risikoprämie i. e. S. = Credit Spread} \\ (r_{eff} - r_{eff}^{\min}) + (_{eff}^{\min} - \mu) + (\mu - r_f) = r_{eff} - r_f \ .\end{gathered} \tag{35}$$

---

[37] Diese Unterscheidung von Ausfallprämie und Risikoprämie (i. e. S.) findet sich z. B. schon bei *Pye* (1974), S. 49; oder auch bei *Franke/Hax* (2009), S. 415. Insbesondere in frühen Veröffentlichungen zur Bewertung von festverzinslichen Finanzierungstiteln findet sich die Unterscheidung zwischen Risikoprämie und Ausfallprämie hingegen noch nicht, vgl. z. B. den Beitrag von *Fisher* (1959). Das mag daran liegen, dass der Einfluss des (systematischen) Risikos auf die im Gleichgewicht geforderte *erwartete* Rendite vor der Entwicklung der Kapitalmarkttheorie noch nicht so klar gesehen wurde. Im weiter oben bereits zitierten Beitrag von *Yawitz* (1977) wird dagegen die Bedeutung des „Beta-Risiko" schon angedeutet, dieses durch die (implizite) Annahme der Risikoneutralität jedoch nicht weiter berücksichtigt, vgl. *ebenda*, FN 1, S. 482. Unter Risikoneutralität erfolgt die Bewertung auch z. B. in *Fons* (1994), womit Credit Spread und Ausfallprämie zusammen fallen.
Freixas/Rochet (2008) gehen in ihrer auf *Bierman/Hass* (1975) und *Yawitz* (1977) aufbauenden Darstellung davon aus, dass das "Ausfallrisiko wegdiversifiziert" werden kann, vgl. ebenda, S. 267 f. Damit ist die bewertungsrelevante Streuung der Zahlungen aus dem Kreditportfolio um den Erwartungswert gemeint, nicht die Gefahr von Ausfällen an sich. Dann stimmen Ausfallprämie und Credit Spread überein, weil als Kapitalkostensatz der sichere Zinssatz verwendet werden darf.

[38] Die Risikoprämie i. w. S. wird gelegentlich nicht weiter aufgespalten vgl. z. B. *Gebhardt/Strampelli* (2005), S. 510, wo von der „(Kredit-)Risikoprämie" als der Differenz zwischen der Marktrendite der betrachteten Anleihe (im Sinne der Effektivverzinsung; *der Verf.*) und der Marktrendite einer Anleihe mit erstklassiger Bonität (z. B. Bundesanleihen) die Rede ist. Mit der Marktrendite inklusive der Risikoprämie i. w. S. sind die vereinbarten Zahlungen aus dem Kreditgeschäft (wie bei *Gebhardt/Strampelli* (2005) im Zahlenbeispiel auf S. 509), und nicht die erwarteten Zahlungen zu diskontieren.

[39] Vgl. dazu Abschnitt 4.2.

Die hier als „Gewinnmarge“ bezeichnete Spanne versteht sich vor Abzug von Verwaltungskosten u. ä.

4 Kapitalkosten

Kapitalkosten sind hier zu verstehen als die vom Kreditgeber mindestens geforderte erwartete Rendite. Diese Renditeforderung kann marktorientiert bestimmt werden, oder der Kreditgeber setzt eine mehr oder weniger subjektive Mindestforderung an.

4.1 Kapitalkosten und arbitragefreie Bewertung

Bei der marktorientierten Vorgehensweise ist als Kapitalkostensatz die erwartete Rendite einer Alternativanlage am Kapitalmarkt mit gleicher Laufzeit, gleicher Zahlungs- und Risikostruktur anzusetzen. Die erwartete Rendite einer solchen *äquivalenten* Alternativanlage ist als der interne Zinssatz der Reihe der daraus zu erwartenden Zahlungen zu bestimmen.[40] Dieser Zinssatz kann dann als der für alle Perioden gleiche Kapitalkostensatz bei der Bewertung des Kredites angesetzt werden, so wie in Abschnitt 3.2, in Gleichung (9), grundsätzlich verdeutlicht wurde. Der mit der erwarteten Rendite einer äquivalenten Alternativanlage am Kapitalmarkt bestimmte Barwert ist der Marktwert des Kredites.

Wenn die äquivalente Alternativanlage identifiziert ist, kann man sich allerdings die Mühe sparen, die erwartete Rendite derselben zu bestimmen. Es reicht, die Effektivverzinsung der äquivalenten Alternativanlage zu berechnen und die Kreditbewertung – wie in Abschnitt 3.1 beschrieben – durch Diskontieren der vereinbarten Zahlungen vorzunehmen (vgl. (5)). Oder noch einfacher: Wenn Äquivalenz gegeben ist, haben im arbitragefreien Gleichgewicht die Alternativanlage und der zu bewertende Kredit den gleichen Wert. Der Marktpreis der äquivalenten Alternativanlage ist also der gleichgewichtige Wert des zu bewertenden Kredites, der somit ohne explizite Bestimmung des Kapitalkostensatzes ermittelt werden kann.

Wenn keine *äquivalente* Alternativanlage zur Verfügung steht, ist die marktorientierte Bestimmung von Kapitalkosten ein theoretisch nicht vollständig befriedigend zu lösendes Problem. Den einen, periodenunabhängigen Kapitalkostensatz gibt es dann wahrscheinlich nicht. Zumindest ist nicht klar, welche mehrperiodige Alternativanlage her-

[40] Zur Bestimmung der erwarteten Rendite eines Bonds mit regulärer, jährlicher Zinszahlung kann auch auf (27) zurückgegriffen werden, wobei als Disagio d das Verhältnis von Marktwert V zu Nennwert N anzusehen ist: $(1-d)N = V$. Die Bestimmung der erwarteten Rendite kommt natürlich nicht ohne Schätzung des Ausfallrisikos des betrachteten Bonds aus. Siehe dazu, für den einfachen Zwei-Zeitpunkte-Fall, auch *Berk/De Marzo* (2014), S. 413.

angezogen werden darf, um deren erwartete Rendite als Kapitalkostensatz zu verwenden. Auch periodenspezifische Diskontierungszinssätze stehen überhaupt nur unter speziellen, „heroischen“[41] Annahmen zur Verfügung.[42]

Wenn (in der Praxis) festverzinsliche Anlagen mit gleicher (oder ähnlicher) Laufzeit und „nur“ gleichem Rating als Alternativanlagen herangezogen werden, ist die Bestimmung der erwarteten Renditen dieser zwar grundsätzlich möglich. Es ist aber unklar, ob die Verwendung solcher erwarteter Renditen zu besseren Ergebnissen in der Bewertung von Krediten führt als die Diskontierung der vereinbarten Zahlungen mit der Effektivverzinsung der Alternativanlage.

4.2 Kapitalkosten und Renditeforderungen der Kapitalgeber

Oben wurde die Bestimmung der Kapitalkosten auf Basis der Betrachtung einer Alternativanlage am Kapitalmarkt, die äquivalent zum zu bewertenden Kredit ist, betrachtet. Alternativ können Kapitalkosten auch auf Basis der Renditen bestimmt werden, die Kapitalgeber im Erwartungswert mindestens erreichen wollen. Kapitalgeber im Rahmen des Kreditengagements kann ein Individuum sein, oder mehrere Individuen, die als Kapitalgeber eines Intermediärs fungieren. Insbesondere ist der Fall der Kreditvergabe durch eine Bank zu betrachten, die sich ihrerseits mit Einlagen (und anderem Fremdkapital) sowie Eigenkapital finanziert. Die Fremd- und Eigenkapitalgeber der Bank stellen ihrerseits jeweils Renditeforderungen, auf denen die Kapitalkosten im Kreditgeschäft basieren.

Im Idealfall sind die Renditeforderungen der Kapitalgeber der Bank selbst wieder durch die erwarteten Renditen äquivalenter Alternativanlagen determiniert. Denn nur diese sind im Rahmen eines rationalen Entscheidungskalküles der Kapitalgeber als Opportunitätskostensätze geeignet. Ein Kapitalgeber, der eine höhere (geringere) Renditeforderung stellt, als die erwartete Rendite der äquivalenten Alternativanlage, läuft Gefahr, dass Investitionen unterbleiben (durchführt werden), die ihm einen positiven (negativen) Vermögenszuwachs erbringen.

Wenn den Eigen- und Fremdkapitalgebern keine jeweils äquivalenten Alternativanlagen zur Verfügung stehen, oder diese nicht bestimmt werden können, bleiben nur mehr oder weniger „gegriffene“ Eigen- und Fremdkapitalkosten. Auf Basis der (gegriffenen) Eigen- und Fremdkapitalkosten der Bank lassen sich dann die Gesamtkapitalkosten als

[41] *Kruschwitz et al.* (2012).

[42] Vgl. *Meitner/Streitferdt* (2014) und die dort zitierte Literatur.

gewichteter Durchschnitt bestimmen. Dabei ist zu beachten, dass die Eigenkapitalkosten, μ_{EK}, höher sind als die Fremdkapitalkosten, μ_{FK}, weil die Eigenkapitalgeber je Einheit eingesetztem Kapital mehr Risiko tragen.[43] Außerdem steigen die Eigenkapitalkosten im Verschuldungsgrad.[44]

Nehmen wir an, die (vom Verschuldungsgrad abhängigen) Eigen- und Fremdkapitalkosten seinen bekannt, dann können die (durchschnittlichen) Gesamtkapitalkosten der Bank bekanntlich wie folgt ermittelt werden:[45]

$$\begin{aligned}\mu_{GK} &= \mu_{EK}\frac{V_{EK}}{V_{EK}+V_{FK}} + \mu_{FK}\frac{V_{FK}}{V_{EK}+V_{FK}} \\ &= \mu_{FK} + \left(\mu_{EK}-\mu_{FK}\right)\frac{V_{EK}}{V_{EK}+V_{FK}},\end{aligned} \tag{36}$$

wobei V_{EK} und V_{FK} den Marktwert des Eigen- bzw. des Fremdkapitals bezeichnen.

Diese durchschnittlichen Kapitalkosten der Bank haben noch nicht viel mit den Kapitalkosten in der Bewertung eines *einzelnen* Kredites zu tun. Der einzelne Kredit kann riskanter oder weniger riskant als das gesamte Geschäft der Bank sein. Die Kapitalkosten des einzelnen Kredites sind auf Basis der o. g. Gesamtkapitalkosten der Bank und dem *Beitrag* des einzelnen Kredites zum Gesamtrisiko der Bank zu bestimmen.

Während für die Gesamtbank eine Risikoprämie in Höhe von $\mu_{GK}-r_f$ von den Kapitalgebern gefordert wird, beträgt die Risikoprämie für den einzelnen Kredit i $\mu_i - r_f$. Das Gesamtrisiko der Bank kann man durch die Standardabweichung der Gesamtkapitalrendite, σ_{GK}, messen. Dieses ergibt sich aus den Risiken der einzelnen Kredite[46]:

$$\begin{aligned}Var\left(r_{GK}\right) \equiv \sigma_{GK}^2 &= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\alpha_i\alpha_j Cov\left(\tilde{r}_i,\tilde{r}_j\right) \\ &= \sum_{i=1}^{n}\alpha_i Cov\left(\tilde{r}_i,\tilde{r}_{GK}\right),\end{aligned} \tag{37}$$

[43] Sehr anschaulich bei *Admati/Hellwig* (2013), Ch. 1 und 2.

[44] Dieser Zusammenhang ist bekanntlich ein wesentliches Ergebnis von *Modigliani/Miller* (1958). Er gilt grundsätzlich auch bei Steuern und Marktunvollkommenheiten, solange mit zunehmender Verschuldung das von den Eigenkapitalgebern zu tragende Risiko steigt. Vgl. dazu – mit Blick speziell auf Banken: *Admati/Hellwig* (2013), Ch. 7, insbes. S. 108 f.

[45] Aus der Tatsache, dass die Eigenkapitalkosten die Fremdkapitalkosten übersteigen, ist nicht zu schließen, dass die Bank möglichst wenig Eigenkapital einsetzen sollte, vgl. *Nippel* (2004) und *Admati/Hellwig* (2013).

[46] Zur Vereinfachung sei nun nur noch von Krediten die Rede. Dass eine Bank auch andere Aktiva hält, ist davon unbenommen.

wobei α_i der wertmäßige Anteil des Kredites i am gesamten Geschäftsvolumen (in Marktwerten) ist.

Von der Varianz der Gesamtkapitalrendite in (37) gelangt man schnell zur (impliziten) Gleichung für die Standardabweichung der Gesamtkapitalrendite in der Form

$$\sigma_{GK} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i Cov\left(\tilde{r}_i, \tilde{r}_{GK}\right)}{\sigma_{GK}} \,, \tag{38}$$

womit deutlich wird, dass $\frac{Cov\left(\tilde{r}_i, \tilde{r}_{GK}\right)}{\sigma_{GK}}$ der *Beitrag* des einzelnen Kredites i zum Gesamtrisiko der Bank ist.

Die Risikoprämie *je Einheit dieses Risikobeitrags* beträgt bei dem Kredit i

$$\frac{\mu_i - r_f}{\frac{Cov\left(\tilde{r}_i, \tilde{r}_{GK}\right)}{\sigma_{GK}}} \,. \tag{39}$$

Dies ist der Preis des relevanten Risikos eines einzelnen Kredites i.

Der Preis für das relevante Risiko, den die Bank bei einem einzelnen Kredit fordert, sollte bei jedem Kredit gleich sein, damit es nicht zu einer Fehlallokation kommt.[47] Dann gilt auch, dass der Preis des einzelnen Risikos gleich der Gesamtrisikoprämie der Bank je Einheit Risiko ist:

$$\frac{\mu_i - r_f}{\frac{Cov\left(\tilde{r}_i, \tilde{r}_{GK}\right)}{\sigma_{GK}}} = \frac{\mu_{GK} - r_f}{\sigma_{GK}} \,. \tag{40}$$

Aus der Gleichung (40) folgt nun unmittelbar ein strukturell dem CAPM ähnlicher Zusammenhang zwischen den kreditspezifischen Kapitalkosten, μ_i, den Gesamtkapitalkosten der Bank, μ_{GK}, und dem Kovarianzrisiko des betrachteten Kredites, $Cov\left(\tilde{r}_i, \tilde{r}_{GK}\right)$, bezogen auf das Gesamtportfolio der Bank:

$$\mu_i = r_f + (\mu_{GK} - r_f) \frac{Cov\left(\tilde{r}_i, \tilde{r}_{GK}\right)}{\sigma_{GK}^2} \,. \tag{41}$$

Je höher die Kovarianz der Rendite des betrachteten Kredites mit der Gesamtrendite der Bank ist, desto höher sind c. p. die Kapitalkosten dieses Kredites. Dieser Zusammen-

[47] Anderenfalls würden einige Kredite zu billig verkauft, und andere, an sich vorteilhafte Kredite würden wegen einer zu hohen Renditeforderung nicht vergeben werden können.

hang gilt ungeachtet der Tatsache, dass die Rendite des einzelnen Kredites alles andere als symmetrisch verteilt ist, solange das Gesamtrisiko der Bank anhand der Standardabweichung der Gesamtkapitalrendite gemessen wird.

Da die Kapitalkosten des einzelnen Kredites gemäß (41) von den Gesamtkapitalkosten der Bank abhängen, ist nicht ausgeschlossen, dass verschiedene Banken, deren Gesamtkapitalkosten sich unterscheiden können, den gleichen Kredit mit unterschiedlichen spezifischen Kapitalkosten kalkulieren. Infolgedessen besteht auch die Möglichkeit, dass der Kreditnehmer von verschiedenen Banken unterschiedliche (Mindest-) Konditionen (im Sinne der geforderten Effektivverzinsung) angeboten bekommt.

Unterschiedliche (Mindest-)Konditionen kann es jedoch nicht geben, wenn die Kapitalkosten *marktbezogen* bei vollkommenem Kapitalmarkt[48] bestimmt werden. Im *Marktzusammenhang* ist nicht das Gesamtrisiko eines Unternehmens für die Kapitalgeber, gemessen durch die Standardabweichung der Gesamtkapitalrendite eines Unternehmens, relevant (wie auf der rechten Seite von (40) berücksichtigt), sondern nur das systematische Risiko. Das systematische Risiko bezieht sich auf den Risikozusammenhang zum Marktportfolio und wird in der CAPM/Ein-Faktor-Welt durch den Beta-Faktor gemessen.

Somit kann der Preis des relevanten Risikos auf *Gesamtbankebene* mit

$$\frac{\mu_{GK} - r_f}{\beta_{GK}} \tag{42}$$

berechnet werden. Dabei steht β_{GK} für die Faktor-Sensitivität. Im CAPM gilt hierfür bekanntlich[49]

$$\beta_{GK} = \frac{Cov\left(\tilde{r}_{GK}, \tilde{r}_M\right)}{\sigma_M^2} \ . \tag{43}$$

Der geforderte Preis des Risikos eines *einzelnen* Kreditengagements *i* beträgt

$$\frac{\mu_i - r_f}{\beta_i}, \tag{44}$$

wobei

[48] Die folgenden Überlegungen zu den Kapitalkosten, die eine Bank im vollkommenen Kapitalmarkt für einen Kredit ansetzt, könnten insofern kritisiert werden, als es bei vollkommenem Kapitalmarkt keine Existenzberechtigung für Banken gibt, vgl. *Breuer* (1993), S. 32 ff. Ohne Intermediär wäre der Kapitalkostensatz für den einzelnen Kredit aber auch kein anderer als hier im Endergebnis in (50) ausgewiesen.

[49] Wie üblich repräsentiert der Index *M* das Marktportfolio.

$$\beta_i = \frac{Cov\left(\tilde{r}_i, \tilde{r}_M\right)}{\sigma_M^2} \tag{45}$$

das relevante (Beta-) Risiko des Kredites *i* misst.

Eine effiziente Kapitalallokation in der Bank setzt voraus, dass für jeden zu vergebenden Kredit die gleiche Risikoprämie je Einheit des relevanten Risikos gefordert wird, d. h., dass der Preis des Risikos aus (44) für alle Kredite gleich ist. Dann folgt auch, dass der Preis des Risikos bei jedem einzelnen Kredit gleich dem Preis des Risikos auf Gesamtbankebene, (42), ist:

$$\frac{\mu_i - r_f}{\beta_i} = \frac{\mu_{GK} - r_f}{\beta_{GK}}. \tag{46}$$

Aus dieser Gleichung (46) folgt nun unmittelbar:

$$\mu_i = r_f + \left(\mu_{GK} - r_f\right)\frac{\beta_i}{\beta_{GK}}. \tag{47}$$

Die Kapitalkosten des Kredites i sind also abhängig vom Beta-Risiko im Verhältnis zum Beta-Risiko der Bank insgesamt. Wenn β_i größer ist als β_{GK}, sind auch die Kapitalkosten μ_i proportional höher als die Gesamtbankkapitalkosten, et vice versa.

Auch hier, in (47), sieht es wieder so aus, als seien die Kapitalkosten des betrachteten Kredites, μ_i, abhängig von den Gesamtkapitalkosten der Bank, μ_{GK}. Dass dem in der perfekten Welt des CAPM natürlich nicht so ist, lässt sich unter Rückgriff auf die gleichgewichtigen Kapitalkosten der Bank

$$\mu_{GK} - r_f = \left(\mu_M - r_f\right)\beta_{GK} \tag{48}$$

schnell zeigen: Einsetzen von (48) in (47) führt zu der zu erwartenden Kapitalkostengleichung für den einzelnen Kredit, unabhängig von der kreditgebenden Bank:

$$\mu_i = r_f + \left(\mu_M - r_f\right)\beta_i. \tag{49}$$

Die zuletzt in (47) oder (49) betrachteten Kapitalkosten eines Kredites sind für eine am (vollkommenen) Markt notierte Bank relevant. Die zuvor, in (41), bestimmten Kreditkapitalkosten können als relevant für eine Bank mit nicht (oder wenig) diversifizierten Kapitalgebern angesehen werden.

Nicht verschwiegen werden darf, dass die zuletzt angestellten Überlegungen zu den Kapitalkosten eines Kredites einige Schwierigkeiten bei der praktischen Umsetzung mit

sich bringen und auch den Ansprüchen aus der Theorie nicht vollständig genügen. Zunächst ist die Bestimmung des relevanten Risikos eines Kredites nicht trivial. Das relevante Risiko eines Kredites ist durch das Kovarianzrisiko $Cov\left(\tilde{r}_i, \tilde{r}_{GK}\right)$ in Bezug auf die Gesamtrendite der Bank zu messen (vgl. (41)), bzw. durch das Beta-Risiko in Bezug auf die Marktrendite, β_i, (vgl. (47)). Für die Bestimmung dieser Risikomaße stehen bei neu zu vergebenden Krediten naturgemäß keine historischen Daten zur Verfügung. Somit bleibt nur die Möglichkeit direkte Schätzungen vorzunehmen, die unmittelbar von den Erwartungen abhängen und damit nicht objektivierbar sind.

Die Bestimmung der Gesamtkapitalkosten der Bank in (36) und alle darauf aufbauenden Überlegungen sind außerdem aus theoretischer Perspektive problematisch, wenn nicht nur eine Periode zu betrachten ist. Im Mehr-Perioden-Kontext wären ggf. Änderungen in der Kapitalstruktur der Bank und Änderungen der relevanten Risiken zu berücksichtigen. Beide Änderungen sind i. d. R. nicht vorhersehbar. Eine Änderung der Kapitalstruktur ist dann problematisch, wenn diskriminierende Steuern oder Marktunvollkommenheiten zu berücksichtigen sind, was in der obigen Betrachtung nicht erfolgt.

Die Übertragung der Kapitalkostenbestimmung in (41) oder (47) bzw. (49) für einen einzelnen Kredit auf den Mehr-Perioden-Fall ist problematisch, wenn sich das bewertungsrelevante Risiko im Zeitablauf ändern kann. Bis zur Entwicklung einer aus theoretischer Sicht befriedigenderen und auch noch praktikablen Kapitalkostenermittlung sind die hier entwickelten Bestimmungsgleichungen (41) und (47) bzw. (49) daher nur als Heuristik anzusehen.

5 Zusammenfassung

Kredite und vergleichbare festverzinsliche Finanzierungstitel (Anleihen) wurden hier bewertet, indem die zukünftigen Zins- und Tilgungszahlungen auf den gegenwärtigen Zeitpunkt diskontiert wurden. Bei sicheren Krediten sind die zukünftigen Zahlungen eindeutig bestimmt. Aber auch bei ausfallgefährdeten Krediten ergeben sich die vereinbarten zukünftigen Zahlungen eindeutig aus dem Nominalzinssatz und den Tilgungsmodalitäten. Die vereinbarten Zahlungen sind mit der Effektivverzinsung von äquivalenten Zahlungsströmen zu diskontieren. Die Verwendung der Effektivverzinsung von festverzinslichen Finanzierungstiteln mit gleichem Rating ist nur eine mehr oder weniger grobe Annäherung an die aus theoretischer Sicht angemessene Bewertung.

Alternativ zur Diskontierung der vereinbarten Zahlungen kann die Bewertung von Krediten erfolgen, indem die zu erwartenden Einzahlungen mit den risikoadäquaten Kapitalkosten diskontiert werden. Dies entspricht dem universellen Barwertkonzept der Finanzwirtschaft. In der Bewertung unter Risiko werden prinzipiell erwartete Zahlungen mit einem Zinssatz diskontiert, der eine Risikoprämie enthält. Als Kapitalkostensatz ist die erwartete Rendite einer äquivalenten Alternativanlage zu verwenden. Diese erwartete Rendite übersteigt die Rendite einer sicheren Anlage um eine Risikoprämie i. e. S. Die erwartete Rendite ist nicht zu verwechseln mit der Effektivverzinsung.

Die zu erwartenden Einzahlungen aus einem Kredit hängen von den Kreditkonditionen, den periodenspezifischen Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallraten ab. Die Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallraten war hier nicht Gegenstand. Diese Schätzung ist vor allem dann nicht trivial, wenn (serielle) Korrelationen bestehen und in den Erwartungswertberechnungen berücksichtigt werden sollen.

Die erwartete Rendite aus einer Kreditvergabe entspricht dem Kapitalkostensatz, wenn der Kreditbetrag dem Barwert der zukünftigen erwarteten Zahlungen entspricht. Wenn der Barwert des Kredites den Kreditbetrag übersteigt, realisiert der Kreditgeber einen positiven Netto-Barwert aus der Kreditvergabe. Die erwartete Rendite übersteigt dann den Kapitalkostensatz. Bei einem ausfallgefährdeten Kredit ist die erwartete Rendite aber stets geringer als die Effektivverzinsung, da die erwarteten Zahlungen kleiner sind als die vereinbarten Zahlungen.

Bei gegebenem Ausfallrisiko, gemessen durch Ausfallwahrscheinlichkeit und Ausfallrate, ist die erwartete Rendite des Kreditgebers umso höher, je höher der vereinbarte Nominalzinssatz und je größer das Disagio bei Kreditvergabe ist. Sind die Kapitalkosten und das Ausfallrisiko bekannt, können die Kreditkonditionen bestimmt werden, die der Kreditgeber mindestens fordern muss. Nominalzinssatz und Disagio müssen so gewählt werden, dass der Barwert des Kredites mindestens dem Kreditbetrag entspricht. Dieses Kriterium lässt sich auch als Forderung einer bestimmten Mindest-Effektivverzinsung formulieren. Die Differenz zwischen der Mindest-Effektivverzinsung und dem Kapitalkostensatz ist die Ausfallprämie, die der Kreditgeber als Ausgleich für den erwarteten Verlust fordert. Ohne die angemessene Ausfallprämie ist die erwartete Rendite kleiner als der Kapitalkostensatz.

Die Ausfallprämie ist nicht zu verwechseln mit der der Risikoprämie i. e. S. in Höhe der Differenz zwischen Kapitalkostensatz und sicherer Verzinsung. Diese Risikoprämie i. e. S. stellt eine Kompensation für die Übernahme des Risikos unerwarteter Verluste

dar. Unerwartete Verluste gehen mit einer Rendite einher, die kleiner als erwartet ausfällt. In der kapitalmarkttheoretischen Sichtweise ist die Risikoprämie i. e. S. ein Ausgleich für die Übernahme von systematischen Risiken. Solche Risiken bestehen immer dann, wenn Renditen um ihren Erwartungswert streuen. Dies ist auch bei Krediten der Fall. Die realisierte Rendite kann größer oder (viel) kleiner als erwartet ausfallen.

Die vom Kreditgeber zu fordernde Mindest-Effektivverzinsung setzt sich also additiv aus Risikoprämie i. e. S. und Ausfallprämie zusammen. Nur wenn die Kreditkonditionen zu einer Effektivverzinsung in Höhe dieses Spreads aus Risikoprämie i. e. S. und Ausfallprämie führen, ist der Netto-Barwert des Kredites gleich null. Wenn der Kreditgeber noch bessere Kreditkonditionen durchsetzen kann, realisiert er einen positiven Netto-Barwert. Die Effektivverzinsung des Kredites enthält dann neben Risikoprämie i. e. S. und Ausfallprämie noch eine Gewinnmarge.

Genauso wenig trivial wie die Bestimmung erwarteter Zahlungen aus einem Kredit ist die Bestimmung der risikoadäquaten Kapitalkosten. Dazu ist im Idealfall eine äquivalente Alternativanlage zu identifizieren und deren erwartete Rendite zu bestimmen. Äquivalenz liegt nur dann vor, wenn in allen zukünftigen Zeitpunkten und Zuständen die gleichen Einzahlungen erfolgen. Ist eine solche äquivalente Alternativanlage identifiziert, benötigt man jedoch keinen Kapitalkostensatz mehr. Die Bewertung kann unmittelbar auf Basis des Prinzips der Arbitragefreiheit erfolgen.

Aufgezeigt wurde hier auch, wie die Kapitalkosten zur Bewertung eines Kredites ausgehend von den Gesamtkapitalkosten des Kreditgebers (einer Bank) bestimmt werden können. Zunächst gilt es, die Gesamtkapitalkosten ausgehend von den Renditeforderungen der Eigen- und Fremdkapitalgeber zu bestimmen. Die Kapitalkosten für den einzelnen Kredit unterscheiden sich von diesen Gesamtkapitalkosten je nach der Höhe des systematischen Risikos des Kredites. Das systematische Risiko eines Kredites ist zumindest in Bezug auf das Gesamtportfolio der Bank zu messen. Wenn im Marktzusammenhang auch auf der Ebene der Bank nicht das Gesamtrisiko, sondern nur das systematische Risiko relevant ist, ist auch das systematische Risiko eines einzelnen Kredites in Bezug auf das Marktportfolio zu messen. Die Kapitalkosten für den einzelnen Kredit bemessen sich dann nach dem Verhältnis des systematischen Kreditrisikos zum systematischen Bankrisiko.

6 Anhang

6.1 Herleitung von (27) in Abschnitt 3.2:

Das Entscheidungskriterium des Kreditgebers lautet, unter Berücksichtigung von (25):

$$\begin{aligned} & V > (1-d)\cdot N \\ \Leftrightarrow \quad & \sum_{t=1}^{T} \frac{(1-PD)^t}{(1+\mu)^t}\left[r_N + \frac{PD}{1-PD}\cdot(1-LGD)\cdot(1+r_N)\right] + \frac{(1-PD)^T}{(1+\mu)^T} > 1-d\ . \end{aligned} \tag{50}$$

Zwecks Übersichtlichkeit wird diese Ungleichung (50) unter Verwendung von

$$\frac{1-PD}{1+\mu} \equiv x \tag{51}$$

zunächst verkürzt geschrieben:

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{T} x^t \left[r_N + \frac{PD}{1-PD}\cdot(1-LGD)\cdot(1+r_N)\right] + x^T \geq 1-d \\ \Leftrightarrow \quad & \left[r_N + \frac{PD}{1-PD}\cdot(1-LGD)\cdot(1+r_N)\right] \sum_{t=1}^{T} x^t \geq 1-x^T-d\ . \end{aligned} \tag{52}$$

Für die Partialsumme der geometrischen Reihe auf der linken Seite von (52) gilt:

$$\sum_{t=1}^{T} x^t = \frac{1-x^{T+1}}{1-x} - 1 = \frac{x(1-x^T)}{1-x}. \tag{53}$$

Somit vereinfacht sich die Bedingung (52) zu:

$$\begin{aligned} & \left[r_N + \frac{PD}{1-PD}\cdot(1-LGD)\cdot(1+r_N)\right] \cdot \frac{x(1-x^T)}{1-x} \geq 1-x^T-d \\ \Leftrightarrow \quad & \left[r_N + \frac{PD}{1-PD}\cdot(1-LGD)\cdot(1+r_N)\right] \geq \frac{1-x}{x} - d\,\frac{1-x}{x(1-x^T)} \\ \Leftrightarrow \quad & r_N \left(\frac{1-LGD\cdot PD}{1-PD}\right) \geq \frac{1-x}{x} - \frac{PD}{1-PD}\cdot(1-LGD) - d\cdot\frac{1-x}{x(1-x^T)}\ . \end{aligned} \tag{54}$$

Nach Wieder-Einsetzen für x aus (51) folgt für diese Ungleichung (54):

$$\Leftrightarrow \quad r_N \left(\frac{1-LGD\cdot PD}{1-PD}\right) \geq \frac{\mu+PD}{1-PD} - \frac{PD}{1-PD}\cdot(1-LGD) - d\cdot\frac{\mu+PD}{1-PD}\cdot\frac{(1+\mu)^T}{(1+\mu)^T-(1-PD)^T},$$

und damit (27):

$$r_N \geq \frac{\mu+LGD\cdot PD}{1-LGD\cdot PD} - d\cdot\frac{\mu+PD}{1-LGD\cdot PD}\cdot\frac{(1+\mu)^T}{(1+\mu)^T-(1-PD)^T}\ .$$

Q.e.d.

6.2 Herleitung von (31) in Abschnitt 3.2:

Die Effektivverzinsung ergibt sich implizit als interner Zinssatz aus

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{r_N \cdot N}{(1+r_{eff})^t} + \frac{N}{(1+r_{eff})^T} = (1-d)N$$

$$\Leftrightarrow \quad \sum_{t=1}^{T} \frac{r_N}{(1+r_{eff})^t} = (1-d) - \frac{1}{(1+r_{eff})^T} \ . \tag{55}$$

Die Summe auf der linken Seite von (55) ist der Barwert einer endlichen Rente. Dieser kann mit dem Rentenbarwertfaktor berechnet werden. Somit folgt für (55):

$$\frac{(1+r_{eff})^T - 1}{(1+r_{eff})^T \cdot r_{eff}} \cdot r_N = (1-d) - \frac{1}{(1+r_{eff})^T}$$

$$\Leftrightarrow \quad r_N = r_{eff} - d \cdot \frac{(1+r_{eff})^T \cdot r_{eff}}{(1+r_{eff})^T - 1} \tag{56}$$

$$\Leftrightarrow \quad r_{eff} = r_N + d \cdot \frac{(1+r_{eff})^T \cdot r_{eff}}{(1+r_{eff})^T - 1} \ . \tag{57}$$

Q.e.d.

Literatur

Admati, Anat/Hellwig, Martin (2013), The Bankers' New Clothes: What's Wrong with Banking and What to do about It. Princeton, New Jersey (USA), and Woodstock; Oxfordshire (UK).

Berk, Jonathan/De Marzo, Peter (2014), Corporate Finance. 3. Aufl., Harlow, England.

Bierman, Harold/Hass, Jerome E. (1975), An Analytic Model of Bond Risk Differentials, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 10. Jg., S. 757-773.

Breuer, Wolfgang (1993), Finanzintermediation im Kapitalmarktgleichgewicht. Wiesbaden.

Daldrup, Andre/Gehrke, Nick/Schumann, Matthias (2004), Risikoadjustierte Konditionengestaltung im Ratenkreditgeschäft, in: Die Bank, 44. Jg., S. 238-243.

Drukarczyk, Jochen/Schüler, Andreas (2009), Unternehmensbewertung. 6. Aufl., München.

Duffie, Darrell/Singelton, Kenneth J. (1999), Modelling Term Structures of Defaultable Bonds, in: Review of Financial Studies, 12. Jg., S. 687-720.

Elton, Edwin J./Gruber, Martin J./Agrawal, Deepak/Mann, Christopher (2001), Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds, in: Journal of Finance, 56. Jg., S. 247-227.

Fisher, Lawrence (1959), Determinants of Risk Premiums on Corporate Bonds, in: Journal of Political Economy, 67. Jg., S. 217-237.

Fons, Jerome S. (1994), Using Default Rates to Model the Term Structure of Credit Risk, in: Financial Analysts Journal, 50. Jg., S. 25-32.

Franke, Günter/Hax, Herbert (2009), Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt. 6. Aufl., Berlin, Heidelberg.

Freixas, Xavier/Rochet, Jean-Charles (2008), Mircoeconomics of Banking. 2. Aufl., Cambridge, London.

Gebhardt, Günther/Strampelli, Stefano (2005), Bilanzierung von Kreditrisiken, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, 57. Jg., S. 507-527.

Hartmann-Wendels, Thomas/Gumm-Heußen, Martina (1994), Zur Diskussion um die Marktzinsmethode: Viel Lärm um Nichts, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 64. Jg., S. 1285-1302.

Hartmann-Wendels, Thomas/Pfingsten, Andreas/Weber, Martin (2015), Bankbetriebslehre. 6. Aufl., Berlin, Heidelberg.

Hax, Herbert (1985), Investitionstheorie. 5. Aufl., Heidelberg.

IASB (2014a), IFRS 9 Financial Instruments.

Kilger, Wolfgang (1965), Zur Kritik am internen Zinsfuß, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 35. Jg., S. 765-798.

Knobloch, Alois Paul/Bock, Frank/Thiel, Thomas (1999), Risikokosten im Kreditgeschäft, in: Finanz Betrieb, 1. Jg., S. 423-429.

Kosiol, Erich (1959), Finanzmathematik. 9. Aufl., Wiesbaden.

Kruschwitz, Lutz (2014), Investitionsrechnung. 14. Aufl., München, Wien.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2006), Discounted Cash Flow - A Theory of the Valuation of Firms.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas/Lorenz, Daniela (2012), Zum Unlevering und Relevering von Betafaktoren: Stellungnahme zu Meitner/Streitferdt, WPg 2012, S. 1037-1047 - Zugleich Grundsatzüberlegungen zu Kapitalkostendefinitionen, in: Die Wirtschaftsprüfung, 65. Jg., S. 1048.

Litterman, Robert/Iben, Thomas (1991), Corporate Bond Valuation and the Term Structure of Creadit Spreads, in: Journal of Portfolio Management, 17. Jg., S. 52-64.

Longstaff, Francis A/Mithal, Sanjay/Neis, Eric (2005), Corporate yield spreads: Default risk or liquidity? New evidence from the credit default swap market, in: The Journal of Finance, 60. Jg., S. 2213-2253.

McCullough, J. R. (1843), The Principles of Political Economy - With some Inquiries Respecting their Applications, and a Sketch of the Rise and Progress of the Science. 3. Aufl., Edinburgh.

Meitner, Matthias/Streitferdt, Felix (2011), Unternehmensbewertung. Stuttgart.

Meitner, Matthias/Streitferdt, Felix (2014), Was sind Kapitalkosten? Eine integrierende Analyse, in: Corporate Finance, 5. Jg., S. 527-536.

Modigliani, Franco/Miller, Merton H. (1958), The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investments, in: American Economic Review, 47. Jg., S. 261-297.

Nippel, Peter (2003), Ausfall- und Risikoprämie im Kreditzinssatz, in: WiSt (Wirtschaftswissenschaftliches Studium), 32. Jg., S. 209-2014.

Nippel, Peter (2004), Eigenkapitalunterlegung von Kreditrisiken bei Banken und die Auswirkungen auf die Fremdkapitalkosten von Kreditnehmern, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 74. Jg., S. 199-222.

Nippel, Peter (2015), Eine finanzwirtschaftliche Analyse der Risikovorsorge für erwartete Verluste im Kreditgeschäft, Working Paper, http://hdl.handle.net/10419/110912.

Pye, Gordon (1974), Gauging the Default Premium, in: Financial Analysts Journal, 30. Jg., S. 49-52.

Rosenberger, Werner (2003), Risk-adjusted Lending Conditions. Chichester.

Rudolph, Bernd (1995), Ansätze zur Kalkulation von Risikokosten im Kreditgeschäft, in: *Henner Schierenbeck/Hubertus Moser* (Hrsg.), Handbuch Bankcontrolling, Wiesbaden, S. 887-904.

Rudolph, Bernd (2006), Unternehmensfinanzierung und Kapitalmarkt. Tübingen.

Schierenbeck, Henner/Lister, Michael/Kirmße, Stefan (2014), Ertragsorientiertes Bankmanagement, Band 1: Messung von Rentabilität und Risiko im Bankgeschäft. 9. Aufl., Wiesbaden.

Stiglitz, Joseph E./Weiss, Andrew (1981), Credit Rationing in Markets with Imperfect Information, in: American Economic Review, 71. Jg., S. 393-410.

Yawitz, Jess B. (1977), An Analytical Model of Interest Rate Differentials and Different Default Recoveries, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 12. Jg., S. 481-490.